

הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 11

שלומי

להגשה עד יום ג' 13.01.26 בחצות באתר המודל.

שאלה 1

יהי X משתנה מקרי המקיים $P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 6) = \frac{1}{3}$.
יהי Y סכום של 100 משתנים מקריים ב"ת המתפלגים כמו X .

- א. מצאו בעזרת אי שיוויון מרקוב חסם עליון להסתברות המאורע $(Y \geq 500)$.
האם תנאי האי תלות הוא חיוני במציאת חסם זה ?
- ב. מצאו בעזרת אי שיוויון צ'בישב חסם עליון להסתברות המאורע $(Y \geq 500)$.
האם תנאי האי תלות הוא חיוני במציאת חסם זה ?
- ג. האם ניתן למצוא חסם עליון להסתברות המאורע $(Y \leq 400)$ בעזרת אי שיוויון צ'בישב ?

שאלה 2

מקיימים הילוך מקרי על כל השלמים. בשלב ההתחלתי מתחילים בראשית, ובכל שלב עושים צעד אחד ימינה בסיכוי 0.7 או צעד שמאלה בסיכוי 0.3.
מצאו בעזרת אי שיוויון צ'בישב חסם עליון להסתברות שהצעד ה- 100 יהיה אל נקודה שאינה חיובית.

שאלה 3

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים ב"ת שווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim \exp(1)$.
מהי ההסתברות שיתרחשו אין סוף מאורעות $(5 < X_n < 6)$?

שאלה 4

מבצעים סדרה אינסופית של הטלות בלתי תלויות של מטבע הוגן שעל צדו האחד רשום 0 ועל צדו השני רשום 1. יהי A_n - המאורע שנקבל רצף של b_n תוצאות 1 ב 2^n ההטלות הראשונות.
א. האם נקבל לפחות פעם אחת רצף ש 100 תוצאות 1 ? (סעיף זה לא קשור למאורעות שהגדרנו).
ב. האם יתרחשו אינסוף מאורעות A_n כאשר $b_n = 2n$?

המשך בעמוד הבא

שאלה 5

במדינת הקוביות עומדות להיערך בחירות. קיימות שלוש מפלגות. אחוז התמיכה במפלגה הראשונה נאמד בארבעים ושבעה אחוזים. אחוז התמיכה במפלגה השנייה נאמד בארבעה אחוזים. אחוז התמיכה במפלגה השלישית נאמד בארבעים ותשעה אחוזים. המפלגה הראשונה והמפלגה השנייה הן בנות ברית שמעוניינות לשתף פעולה. מפלגה שזכה בפחות מחמישה אחוזים מהקולות לא עוברת את אחוז החסימה וכך לא מיוצגת בפרלמנט. המפלגה הראשונה מעוניינת להעביר לבחוריה הנחיה שתעזור לה להבטיח כמעט בודאות ניצחון בבחירות, אך כמעט בודאות לא תאפשר לתמיכה במפלגה השנייה להיות גדולה משבעה אחוזים. ההנחיה חייבת להיות אחידה לכל בוחרים המפלגה הראשונה. לצורך מימוש ההנחיה, הבוחרים צריכים להשתמש בהטלות של קוביות. הציעו למפלגה הראשונה הנחיה מתאימה להעברה לבחוריה.

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, [שלומי](#), בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.