

הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 2

שלומי

להגשה עד יום ג' 11.11.25 בחצות באתר המודל.

שאלה 1

זוג תאומים הם בסיכוי חצי תאומים זהים ובסיכוי חצי תאומים לא זהים. אם הם תאומים זהים, אז בסיכוי חצי הם שני בנים ובסיכוי חצי הן שתי בנות. אם הם תאומים לא זהים, אז כל אחד מהם הוא בן או בת בסיכוי שווה ובאופן ב"ת אחד בשני. נסתכל על זוג תאומים אקראי.

- א. מהי ההסתברות ששניהם בנים?
ב. גלעד ואופיר הם זוג תאומים בנים. מהי ההסתברות שהם תאומים זהים?

שאלה 2

לגבי כל מספר טבעי, מוחקים כל ספרה שלו בסיכוי חצי, באופן ב"ת בספרות האחרות של אותו מספר ובספרות של כל מספר אחר. מספר נקרא מחוק אם כל ספרותיו נמחקות.

הבהרות

אם מוחקים את הספרות 1 ו 2 של המספר 12, ומוחקים את הספרה 1 של המספר 21, אבל לא מוחקים את הספרה 2 של המספר 21, אז המספר 12 נקרא מחוק והמספר 21 נקרא לא מחוק. ניתן למחוק את אחת משתי ספרות זהות של מספר, ולא את האחרת. מחיקתן היא ב"ת.

- א. מהי ההסתברות שהמספר 123 יהיה מחוק בהינתן שספרת המאות שלו נמחקה?
ב. מהי ההסתברות שהמספר 123 יהיה מחוק בהינתן שלפחות ספרה אחת שלו נמחקה?
ג. מהי ההסתברות שאף אחד מעשרים המספרים הטבעיים שבין 1 ל 20 לא ימחק?

שאלה 3

נתון גרף לא מכוון בעל n צמתים. נניח שבין כל זוג צמתים יש קשת בסיכוי חצי, ובאופן ב"ת בקורה בין זוגות הצמתים האחרים. קבוצת צמתים תקרא קבוצה שלטת אם עבור כל צומת שאינו בקבוצה, יש קשת בינו לבין לפחות אחד מהצמתים שבקבוצה.

- א. נניח ש $n = 3$. מהי ההסתברות שיש קבוצה שלטת שבה בדיוק צומת אחד?
ב. נניח ש $n = 3$. מהי ההסתברות שיש קבוצה שלטת שבה בדיוק שני צמתים, אך לא קיימת קבוצה שלטת שבה בדיוק צומת אחד?
ג. נניח ש $n = 1000$. מהי בקירוב ההסתברות שקיימת קבוצה שלטת שבה לא יותר ממאה צמתים?

שאלה 4

בידנו יש מטבע. השערה אחת היא שהמטבע הוא מנוון ונותן תוצאת "עץ" בהסתברות 1. השערה האלטרנטיבית היא שהמטבע הוא הוגן, זאת אומרת שהוא נופל על "עץ" ו"פלי" בסיכויים שווים. אנו רשאים לצפות בתוצאות של הטלות ב"ת של המטבע ואז לבחור בהשערה. אנו יכולים לבחור במדיניות שתתן לנו כללים להחלטה עבור כל תוצאות אפשריות של ההטלות. אנו עשויים לבחור בהשערה הנכונה או לטעות.

א. נניח שמותר להטיל את המטבע רק פעם אחת. האם נוכל לבחור במדיניות כך שגם במקרה שהמטבע מנוון נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.5 וגם אם המטבע הוגן נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.5 ?

ב. נניח שמותר להטיל את המטבע רק פעם אחת. האם נוכל לבחור במדיניות כך שגם במקרה שהמטבע מנוון נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.1 וגם אם המטבע הוגן נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.1 ?

ג. נניח שמותר להטיל את המטבע עשר פעמים. האם נוכל לבחור במדיניות כך שגם במקרה שהמטבע מנוון נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.1 וגם אם המטבע הוגן נטעה בבחירת ההשערה בסיכוי קטן מ 0.1 ?

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, [שלומי](#), בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.