

## הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. המסמן 8 תשובות נכונות יקבל ציון 60. על כל תשובה נכונה נוספת יתוּספו 5 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
4. יש לסמן את התשובות רק בעמוד הזה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת.
5. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
																א
																ב
																ג
																ד
																ה

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_ מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_ ציון: \_\_\_\_\_

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 1-8. מבצעים סדרה אין סופית של הטלות מטבע. על צד אחד של המטבע מופיע 0 ועל הצד השני מופיע

1. בכל הטלה המטבע נופל על 0 בסיכוי  $\frac{2}{3}$  ועל 1 בסיכוי  $\frac{1}{3}$  באופן בלתי תלוי בהטלות האחרות.

עבור  $1 \leq i < \infty$  יהי  $X_i$  - אינדיקטור לקבלת התוצאה 1 בהטלה ה-  $i$ .

עבור  $1 \leq i < \infty$  יהי  $Z_i$  - אינדיקטור לקבלת תוצאות שונות זו מזו בהטלות ה-  $i$  וה-  $i+1$ .

עבור  $1 \leq n < \infty$  יהי  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ .

עבור  $1 \leq n < \infty$  יהי  $T_n = \sum_{i=1}^n Z_i$ .

### שאלה 1

מהו  $P(X_3 > X_1 + X_2)$  ?

א.  $\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{8}{27}$

ג.  $\frac{4}{27}$

ד.  $\frac{1}{4}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 2

מהי תוחלת מספר ההטלות עד שמקבלים גם תוצאת 0 וגם תוצאת 1 ?

א. 4

ב. 2.5

ג. 3.5

ד. 4.5

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 3

מהו  $Var(S_{90})$  ?

א. 10

ב. 30

ג. 40

ד. 22.5

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

#### שאלה 4

מועלות שתי טענות:

טענה א':  $E(T_{100}) = 100 \cdot \frac{4}{9}$  ונימוק אפשרי לכך מתבסס על הטענה ש  $T_{100} \sim Bin\left(100, \frac{4}{9}\right)$ .

טענה ב':  $E(T_{100}) = 100 \cdot \frac{4}{9}$  ונימוק אפשרי לכך מתבסס על כך ש  $T_{100}$  הוא סכום של 100 אינדיקטורים

בעלי הסתברות  $\frac{4}{9}$ .

א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.

ב. מתקיים  $E(T_{100}) = 100 \cdot \frac{4}{9}$ , אבל טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ג. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

#### שאלה 5

מועלות שתי טענות:

טענה א': ניתן למצוא  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(S_n \geq \frac{1}{3}n + 0.1\sqrt{n}\right)$  על-ידי שימוש בחוק החלש של המספרים הגדולים.

טענה ב': ניתן למצוא  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(S_n \geq \frac{1}{3}n + 0.1\sqrt{n}\right)$  על-ידי שימוש באי שיוויון צ'בישב.

א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.

ב. טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ג. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

#### שאלה 6

א. מאי שיוויון צ'בישב ניתן להסיק ש  $P(|S_{90} - 30| > 10) < 0.05$ .

ב. מאי שיוויון צ'בישב ניתן להסיק ש  $P(|S_{90} - 30| < 10) < 0.5$ .

ג. מאי שיוויון צ'בישב ניתן להסיק ש  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|S_n - \frac{n}{3}\right| < 10\right) = 1$ .

ד. מאי שיוויון מרקוב ניתן להסיק ש  $P(T_{90} \geq 60) \leq \frac{2}{3}$ .

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 7

מהו  $P(X_1 = 1 | T_{100} = 0)$  ? ( מדובר על הסתברות מותנה )

- א.  $P(X_1 = 1 | T_{100} = 0) = P(X_1 = 1)$
- ב.  $0 < P(X_1 = 1 | T_{100} = 0) < 0.1$
- ג.  $0.1 < P(X_1 = 1 | T_{100} = 0) < 0.2$
- ד.  $0.4 < P(X_1 = 1 | T_{100} = 0) < 0.5$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 8

מהי תוחלת מספר ההטלות עד שמקבלים רצף של שתי תוצאות 1 ?

- א. 12
- ב. 6
- ג. 15
- ד. 9
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 9-13. נתונים שני מקלות באורך 3. שוברים את כל אחד מהמקלות בנקודה אחת הנבחרת לפי התפלגות אחידה רציפה לאורך המקל, ובאופן בלתי תלוי בבחירת הנקודה במקל האחר. כך מכל אחד מהמקלות נוצרים שני שברים. יהי  $X$  - אורך שבר אחד מהמקל הראשון ( נבחר אקראית בסיכוי שווה מבין שני השברים ). יהי  $Y$  - אורך השבר האחר מהמקל הראשון. יהי  $Z$  - אורך אחד השברים של המקל השני ( נבחר אקראית בסיכוי שווה מבין שני השברים ).  $[a]$  מסמן כרגיל את החלק השלם של  $a$ , כך למשל  $[2.8] = 2$ .

### שאלה 9

מהו  $E(XY)$  ? ( תוחלת המכפלה )

- א. 3
- ב. 1
- ג. 2.25
- ד. 1.5
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 10

מהו  $E([X] \cdot [Y])$  ? ( תוחלת המכפלה של הערכים השלמים )

- א.  $\frac{1}{3}$
- ב.  $\frac{1}{2}$
- ג.  $\frac{2}{3}$
- ד. 1
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

**שאלה 11**מהו  $E([X] \cdot [Z])$  ?

א.  $\frac{1}{3}$

ב.  $\frac{1}{2}$

ג.  $\frac{2}{3}$

ד. 1

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

**שאלה 12**מהו  $Cov(X^2, X)$  ?

א. 2.25

ב. 1.75

ג. 1.5

ד. 1.25

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

**שאלה 13**מהו  $P(-1 < X - Z < 2)$  ?

א.  $\frac{7}{9}$

ב.  $\frac{13}{18}$

ג.  $\frac{2}{3}$

ד.  $\frac{1}{2}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 14

יהיו  $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$  סדרת משתנים מקריים ב"ת בעלי התפלגות  $U(0, b)$  ( אחידה רציפה ).

נסתכל על סדרת האומדים  $\frac{\sum_{i=1}^n 2X_i}{n}$  לפרמטר  $b$  ( האומד ה-  $n$  בסדרה הוא פעמיים הממוצע של  $n$  המשתנים הראשונים ).

- א. כל אחד מאברי הסדרה הוא אומד חסר הטיה לפרמטר  $b$ , והוא גם אומד נראות מכסימלי לפרמטר  $b$ .
- ב. סדרת האומדים היא סדרת אומדים עקיבה לפרמטר  $b$ , וגם כל אחד מהאומדים שבסדרה הוא אומד נראות מכסימלי לפרמטר  $b$ .
- ג. סדרת האומדים היא סדרת אומדים עקיבה לפרמטר  $b$ , וגם כל אחד מהאומדים שבסדרה הוא אומד חסר הטיה לפרמטר  $b$ .
- ד. אברי הסדרה אינם אומדים חסרי הטיה לפרמטר  $b$ , וגם אינם אומדי נראות מכסימלית לפרמטר  $b$ .
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

---

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 15 ו 16. המספר 3452000 מסתיים בשלושה אפסים. המספר 67003000120 מסתיים ב 0 אחד. אילה בוחרת ללא החזרה 99 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 100, ומכפילה אותם זה בזה.

יהי  $X$  - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבלת אילה. ליאת בוחרת עם החזרה 99 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 100, ומכפילה אותם זה בזה.

יהי  $Y$  - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבלת ליאת.

### שאלה 15

- א.  $22.5 < E(X) < 23.5$
- ב.  $23.5 < E(X) < 24$
- ג.  $20.5 < E(X) < 21$
- ד.  $E(X) > 25$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

### שאלה 16

- א.  $E(X) = E(Y)$
- ב.  $E(X) > E(Y) + 2$
- ג.  $E(X) < E(Y) - 2$
- ד.  $E(X) - 1 < E(Y) < E(X)$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.