

## הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

0368-2002

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר  $N$  נקודות יקבל ציון ששווה ל  $\min\{N + 3, 100\}$ .
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצות C ו B של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

### שאלה 1

מבצעים תשע הטלות של מטבע הוגן שעל צד אחד שלו מופיע "עץ".

- א. תוחלת מספר הרצפים של שתי תוצאות "עץ" בהכרח שווה לשתים.
  - ב. תוחלת מספר הרצפים של שתי תוצאות "עץ" בהכרח שווה לשתים ורבע.
  - ג. ניתן לחשב את תוחלת מספר הרצפים של שתי תוצאות "עץ" אם מניחים שתוצאות ההטלות הן ב"ת בזוגות, אבל אפשרויות א' וב' אינן נכונות.
  - ד. ניתן לחשב את תוחלת מספר הרצפים של שתי תוצאות "עץ" אם מניחים שתוצאות ההטלות הן ב"ת, אבל כל האפשרויות האחרות הן לא נכונות.
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 2

נתונים שני משתנים מקריים אחידים בדידים ב"ת:  $X \sim U[1,7]$ ,  $Y \sim U[1,6]$ . ההסתברות שהתוצאה המכסימלית מבין התוצאות שמקבלים שני המשתנים  $X, Y$  תהיה שווה לחמש היא:

- א. קטנה מ 0.2
  - ב. בין 0.2 ל 0.22
  - ג. בין 0.22 ל 0.24
  - ד. גדולה מ 0.26
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 3

נתונים שני משתנים מקריים:  $X \sim Bin(3,0.5)$ ,  $Y \sim Bin(2,0.5)$ . יהי  $Z = X + Y$ . הערך הכי גדול שיכולה לקבל ההסתברות של המאורע  $(Z = 0)$  היא:

- א. קטנה מאחד חלקי שלושים
  - ב. בין אחד חלקי שלושים לאחד חלקי עשרים
  - ג. בין עשירית לשביעית
  - ד. בין חמישית לשליש
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 4

יהי  $X$  משתנה מקרי אחיד רציף:  $X \sim U(-1,2)$ . נסתכל על שלושה אינדיקטורים  $Y = (X > 0)$ ,  $Z = (X^2 > 0)$ ,  $W = (X^3 > 0)$ . הוא  $V(Y + Z + W)$  (כפי שהובהר במהלך הבחינה  $Z$  הוא משתנה מנוון ולא אינדיקטור).

- א. בין אפס לחצי
  - ב. בין חצי לשני שלישי
  - ג. בין שני שלישי לשלושה רבעים
  - ד. בין שלושה רבעים לאחד
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

### שאלה 5

יהיו  $X, Y, Z$  שלושה משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח לכל אורך השאלה ש  $X$  אינו משתנה מנוון.

- א. יתכן ש  $V(X) = 0$ .
  - ב. קיימת התפלגות משותפת של של שלושת המשתנים שעבורה יתקיים  $V(X + Y) = 0$  וגם  $V(X + Y + Z) = 0$ .
  - ג. יתכן שיתקיים  $V(X + Y) = 0$ , אך לא יתכן שיתקיים  $V(X + Y + Z) = 0$ .
  - ד. יתכן שיתקיים  $V(X + Y + Z) = 0$ , אבל יתר האפשרויות לא נכונות.
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 6

נתונה סדרת משתנים ב"ת ושווי התפלגות בעלי התפלגות אחידה בדידה  $U[1,6]$ . נניח שמוחקים מהסדרה רק את המשתנים שקיבלו את הערך חמש. נשארים עם סדרה חדשה של המשתנים שקיבלו את הערכים האחרים.

- א. על הסדרה החדשה חל החוק החזק.
  - ב. על הסדרה החדשה חל החוק החלש, אבל לא חל החוק החזק.
  - ג. החוק החלש לא חל על הסדרה החדשה.
  - ד. הסדרה החדשה לא מתכנסת בהתפלגות.
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 7

נניח ש  $X$  הוא משתנה מקרי המקיים  $P(X \geq 0) = 1$ ,  $E(X) = 5$ . מה ניתן להגיד על הסתברות המאורע  $(X > 20)$ ?

- א. היא קטנה מרבע.
  - ב. היא קטנה או שווה לרבע, אבל אפשרות א' לא נכונה.
  - ג. מכיון שלא ידועה השונות של המשתנה  $X$ , אז לא ניתן להגיד שהיא קטנה מאחד.
  - ד. לא ניתן להגיד שהיא קטנה מאחד, אבל לא בגלל הסיבה המתוארת באפשרות ג'.
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 8

הערך  $a$  הוא חציון של משתנה מקרי  $X$  אם ורק אם מתקיים  $P(X \leq a) \geq 0.5$  וגם  $P(X \geq a) \geq 0.5$ .

- א. יתכן שחציון של משתנה  $X$  בעל התפלגות נורמלית גדול מהתוחלת של  $X$ .
  - ב. יתכן שחציון של משתנה  $X$  גדול מהתוחלת של  $X$  רק אם ל  $X$  יש מספר חציונים, ולא יתכן אם יש לו רק חציון יחיד.
  - ג. יתכן שחציון של משתנה  $X$  גדול מהתוחלת של  $X$  רק אם ל  $X$  יש התפלגות מעריכית או שיש לו מספר חציונים ולא רק חציון יחיד.
  - ד. קיים משתנה מקרי  $X$  בעל התפלגות בדידה שיש לו חציון יחיד שגדול מהתוחלת שלו.
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

### שאלה 9

יהי  $X \sim G(0.5)$ . התוחלת של  $X$  בהינתן שהוא גדול מ 19 אך קטן מ 22 היא:

- א. בין 20.1 ל 20.2
  - ב. בין 20.2 ל 20.3
  - ג. בין 20.4 ל 20.6
  - ד. בין 20.6 ל 20.8
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

### שאלה 10

תהי  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  סדרת משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות.

$$P(X_1 = 1) = P(X_1 = 2) = P(X_1 = 2.5) = \frac{1}{3}$$

מהי תוחלת של ה  $n$  הקטן ביותר שעבורו מכפלת  $n$  המשתנים מהראשון עד ה  $n$  גדולה משבע ?

- א. ארבע
  - ב. ארבע וחצי
  - ג. חמש וחצי
  - ד. שש
  - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
- 

שאלה 11 על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצת B ו C של אנשי המילואים.

יהיו  $X$  ו  $Y$  זוג משתנים מקריים ב"ת. נניח ש  $X \sim Bin(2,0.5)$  וש  $Y \sim Bin(8,0.3)$ .

מהי ההסתברות ש  $X + Y$  יהיה זוגי ?

---