

מספר ת"ו: _____

מספר נבחן: _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-תוגי

מועד ב', 23/03/07

פרופ' אהוד לרר

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת. משקל כל אחת הוא 7; סך הכל: 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: _____

מספר תשובות שגויות: _____

ציון: _____

1. מבצעים סדרה של 4 הטלות בלתי תלויות של קוביה הוגנת. מהי ההסתברות שכל 4 התוצאות יהיו שונות?

א. $\frac{3}{8}$

ב. $\frac{5}{18}$

ג. $\frac{1}{3}$

ד. $\frac{7}{12}$

ה. אף אחד מהנ"ל

2. נניח שמתקיים $P(X = -2) = P(X = -1) = P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 5) = \frac{1}{5}$

מהו $E(X^3)$?

א. 125

ב. 25

ג. 5

ד. 1

ה. אף אחד מהנ"ל

3. בכל אחד משני הניסיונות הראשונים יש הסתברות $\frac{1}{2}$ להצלחה וזאת באופן בלתי תלוי

בתוצאות ניסיונות אחרים. הניסיון השלישי מצליח בודאות.

מהי תוחלת מספר הניסיונות שמבצעים עד וכולל הניסיון הראשון המוצלח?

א. 1.75

ב. 2.25

ג. 2

ד. 1.5

ה. אף אחד מהנ"ל

4. בטורניר בשיטת גביע, בכל שלב הקבוצות שהגיעו לאותו שלב מחולקות באקראי לזוגות של קבוצות שמתמודדות ביניהן. בכל זוג יש מנצחת אחת שממשיכה לשלב הבא. כך בכל שלב נושרות חצי מהקבוצות. שלב הגמר הוא השלב שבו נותרו שתי קבוצות שמתמודדות ביניהן והמנצחת ביניהן היא הזוכה בטורניר. נניח שבשלב מסוים נותרו 16 קבוצות שוות יכולת ביניהן טוטנהאם וניוקאסל. בכל התמודדות בין שתי קבוצות שוות יכולת יש לכל אחת מהן סיכוי $\frac{1}{2}$ לנצח את האחרת וזאת באופן בלתי תלוי בתוצאות משחקים אחרים. ההסתברות שטוטנהאם תשחק בגמר היא :

א. $\frac{1}{16}$

ב. $\frac{1}{15}$

ג. $\frac{1}{32}$

ד. $\frac{1}{8}$

ה. אף לא אחד מהנ"ל

5. ההסתברות שטוטנהאם תוגרל להתמודד עם ניוקאסל בשלב המידי שבו יש עדיין 16 קבוצות היא:

א. $\frac{1}{16}$

ב. $\frac{1}{64}$

ג. $\frac{1}{8}$

ד. $\frac{1}{15}$

ה. אף אחד מהנ"ל

6. ההסתברות שטוטנהאם תגיע לשלב של 8 האחרונות ושוניוקאסל לא תגיע לשלב של 8 האחרונות היא:

א. $\frac{9}{32}$

ב. $\frac{4}{15}$

ג. $\frac{1}{4}$

ד. $\frac{17}{64}$

ה. אף אחד מהנ"ל

7. X ו Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה רציפה.

$$Y \sim U(2,5), X \sim U(0,3)$$

מהו $P(X > Y)$?

א. $\frac{1}{9}$

ב. $\frac{1}{4}$

ג. $\frac{1}{18}$

ד. $\frac{1}{8}$

ה. אף אחד מהנ"ל

8. בכל הטלה של המטבע הראשון הוא נופל על "עץ" בסיכוי $\frac{1}{2}$ וזאת באופן בלתי תלוי

בהטלות אחרות של מטבע זה. המטבע השני תמיד נופל על "עץ". בוחרים באקראי

בסיכוי שווה את אחד משני המטבעות ומבצעים בו סדרה של 4 הטלות.

ההסתברות שיתקבלו בדיוק 3 תוצאות "עץ" היא:

א. $\frac{1}{8}$

ב. $\frac{1}{4}$

ג. גדולה מ $\frac{1}{2}$

ד. גדולה מההסתברות שיתקבלו 4 תוצאות "עץ", אך ג' אינו נכון.

ה. אף אחד מהנ"ל

9. בהמשך לשאלה הקודמת, בהינתן שהתקבלו 4 תוצאות "עץ", ההסתברות שנבחר

המטבע הראשון היא:

א. בין 0 ל 0.1

ב. בין 0.1 ל 0.2

ג. בין 0.2 ל 0.3

ד. גדולה מ 0.5

ה. אף אחד מהנ"ל

10. X ו Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים. $X \sim \exp(1)$ (התפלגות מעריכית), מתקיים $P(Y=0) = P(Y=1) = 0.5$. $P(X+Y > 2)$ הוא :
- א. בין 0.12 ל 0.18
 - ב. בין 0.21 ל 0.27
 - ג. בין 0.3 ל 0.35
 - ד. בין 0.4 ל 0.46
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

11. X ו Y הם שני משתנים גיאומטריים בלתי תלויים $X \sim G\left(\frac{1}{2}\right)$, $Y \sim G(p)$. עבור איזה פרמטר p , $0.1 \leq p \leq 0.9$ מקבלת ההסתברות $P(X=Y)$ ערך מכסימלי ?
- א. 0.1
 - ב. 0.5
 - ג. 0.9
 - ד. יש יותר מערך אחד של p שעבורו הסתברות זאת מקבלת ערך מכסימלי.
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

12. מבצעים סדרה של 9 הטלות בלתי תלויות של מטבע הוגן. רצף של שתי תוצאות "עץ" הוא זוג לא סדור של הטלות צמודות שבהן מתקבלות תוצאות "עץ". לפי אי שיויון מרקוב ההסתברות שיהיו לפחות 4 רצפים של שתי תוצאות "עץ" היא:
- א. לא גדולה מ $\frac{1}{2}$
 - ב. לא גדולה מ $\frac{1}{4}$
 - ג. לא גדולה מ 1, לכן אי שיויון מרקוב לא מוסיף כל אינפורמציה.
 - ד. שווה להסתברות האמיתית שיהיו לפחות 4 רצפים של "עץ".
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

13. שיכור מבצע הילוך מקרי על ציר ה-X-ים. בזמן 0 הוא נמצא בנקודה 0. בכל יחידת זמן שלמה הוא זז יחידה אחת שלמה ימינה או שמאלה בסיכוי שווה ובאופן בלתי תלוי במהלכו בזמנים אחרים.

מהי בקירוב ההסתברות שבשלב ה-900 הוא יהיה ממוקם ימינה לנקודה 44 ?
נדרשת תשובה עם דיוק של 2 ספרות לאחר הנקודה.

- א. 0.31
 - ב. 0.16
 - ג. 0.07
 - ד. 0.02
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

14. בהמשך לשאלה הקודמת, נניח שבשלב ה-100 השיכור היה בנקודה +10, אז ההסתברות שהתנועה הראשונה שלו היתה ימינה היא :

- א. בין 0.48 ל 0.52
 - ב. בין 0.53 ל 0.57
 - ג. בין 0.58 ל 0.62
 - ד. בין 0.63 ל 0.65
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

15. מהי השונות של סכום עשר הטלות בלתי תלויות של קוביה הוגנת אם ידוע שבשש ההטלות הראשונות יצאה תוצאה זהה ?

- א. בין 0 ל 1
 - ב. בין 40 ל 50
 - ג. בין 100 ל 120
 - ד. בין 250 ל 300
 - ה. אף אחד מהנ"ל
-

