

30.4.06

הסתברות לדו-חוגי  
מועד ב, אפריל 2006  
אהוד לרר

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת. משקל כל אחת הוא 7; סך הכל: 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. בהצלחה.

ציון: \_\_\_\_\_

1. יהי  $X$  ויהי  $Y$  משתנים גאומטריים זוגיים  $X^2 - Y^2$  (ראו):

א. מצא  $P(X=1)$

ב. מצא  $P(Y=1)$

2. יבוא אישה שונה  $X$  ויהי  $Y$  מספר ימים  $X^2 - Y^2$

3. יבוא אישה שונה  $X$  ויהי  $Y$  מספר ימים  $X^2 - Y^2$

ה. האם יש קשר בין  $X$  ו- $Y$ .

2. אלו יאלנה זכרו (הסתכלו) זכרו  $6-X$  (הסתכלו) (הסתכלו)

$1-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)

למה  $15$  צומת עם  $6$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)

זכרו  $15$  וזכרו  $6$ . נמצא  $X$  ו- $Y$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)

ראו  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)  $6-X$  (ראו)

$B = \{X - Y = 2\}$  (הסתכלו) (הסתכלו)  $E(X+Y|B)$  שווה  $1$

א. 6

ב. 7

ג. 8

ד. 5

ה. האם יש קשר בין  $X$  ו- $Y$ .

3. מכנה היכן שני שאונים שונים. הוצמדו 20 לתיקו של  
 שאון A 1-30 של שאון B. התיקו החדש הוא  
 ארבעה עשר עשרה.

הכמות של ארבעה עשרה שאון שונה היא שני

שני היא :

א. 12/49

ב. 25/49

ג. 20/49

ד. 30/49

ה. אף אחד מהם

4. היסודי צומח אצה שיש לה הקצאה, אלא  
 יש שאון אחד בארבע מאות A ו-49 מאות B. יוצא

שלאון A קיבל. היכן ככלי ארבעה עשרה

אחדים של (היסודי ארבעה עשרה) שאון A:

א. ארבעה עשרה

ב. ארבעה עשרה

ג. ארבעה עשרה (היסודי)

ד. אין מספר נמוך עם אף אחד מהם

ה. אף אחד מהם

5.  $\frac{1}{2}$  מהות של  $X_1, X_2, \dots$  נ"ל

לכל  $(x_1, x_2, \dots)$  יש  $P(x_1, x_2, \dots)$  שמתקיים

1.  $x_1 \leq x_2 \leq \dots$  אז  $P(x_1, x_2, \dots) = 0$

2.  $P(x_1, x_2) = 1 - e^{-x_1 - x_2}$

3.  $P(x_1, x_2) = 1 - e^{-x_1 - x_2}$  אז  $0 < P(x_1, x_2) < 1$

3.  $0 < P(x_1, x_2) < 1$  אז  $-\frac{1}{2} \leq C \leq 0$  ויש  $C$  כזה

הוא מתאים ל-1

6.  $P(X_i > x) = e^{-x}$  אז  $X_1, X_2, \dots$  נ"ל

אז  $x \geq 0$

אז  $Y_1, Y_2, \dots$  נ"ל.  $Y_n = n \cdot \min(X_1, \dots, X_n)$

1.  $Y_n$  מתפלג כמו  $X_1$

2.  $Y_n$  נ"ל

3.  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$  נ"ל

3.  $P(Y_n \leq t) \rightarrow 1$  ,  $0 < t < \infty$  ויש  $C$  כזה

הוא מתאים ל-1

7. נניח  $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$  היא פולינום ממעלה  $n$ . נניח  $a_0 \neq 0$ .

א. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .

ב. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .

א.  $\frac{n}{2}$  .

ב.  $\frac{n+1}{2}$  .

ג.  $\frac{k}{n}$  .

ד.  $n$  .

ה. הראה את התוצאה.

8. נניח  $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$  היא פולינום ממעלה  $n$ . נניח  $a_0 \neq 0$ .  
 א. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .  
 ב. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .  
 ג. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .  
 ד. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .  
 ה. הראה כי  $f(x)$  מתחלק ב- $x^2 + 1$  אם ורק אם  $a_1 = 0$  ו- $a_0 = 0$ .

א.  $\frac{n+1}{2}$  ,  $\frac{n+1}{2}$  .

ב.  $\frac{n}{2}$  ,  $\frac{n+1}{2}$  .

ג.  $\frac{n+1}{2}$  ,  $\frac{n+1}{4}$  .

ד.  $\frac{n+1}{4}$  ,  $\frac{n+1}{2}$  .

ה. הראה את התוצאה.

$(0,2), (0,0)$   $\sqrt{(x,y)}$   $\rightarrow$   $P(X > 2Y)$   $\rightarrow$   $(3,0)$

$\frac{3}{7}$  .1

$\frac{2}{5}$  .2

$\frac{2}{7}$  .2

$\frac{1}{2}$  .3

ה"ה  $\rightarrow$   $\frac{1}{2}$   $\rightarrow$   $\frac{3}{7}$

10.  $X$   $\rightarrow$   $\frac{1}{3}X$   $\rightarrow$   $\frac{5}{6}X$   $\rightarrow$   $\frac{1}{3}X$

78 .1

48 .2

60 .2

56 .3

ה"ה  $\rightarrow$   $\frac{1}{2}$   $\rightarrow$   $\frac{3}{7}$

11.  $X, Y \sim \text{Exp}(\lambda_1), \text{Exp}(\lambda_2)$  .

הייתי,  $f(t)$  ,  $X+Y$

1.  $\lambda_1, \lambda_2 e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$

2.  $(\lambda_1+\lambda_2) e^{-\lambda_1, \lambda_2 t}$

3.  $\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2} e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$

4.  $(\lambda_1+\lambda_2) e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\frac{t^2}{2}}$

הייתי נא לה

12.  $S_n$  ,  $T_n$  ,  $P=1/2$  .

הייתי נא לה  $P(S_{n+1} > T_n)$

הייתי נא לה  $P(S_{n+1} > T_n)$

1.  $(\lambda_1+\lambda_2) e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$

2.  $\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2} e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$

3.  $(\lambda_1+\lambda_2) e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\frac{t^2}{2}}$

4.  $P(S_n > T_{n-1})$

הייתי נא לה

13. 2022

יקראו, פתור, ו גזירה, גזירה רכיב אפי אגט

הגדרה (המכונה) הסדרה  $P(S_{2n} - T_{2n} \geq \sqrt{n})$  (הגדרה בזמן

! -

1. 0.02

2. 0.35

3. 0.15

3. הקירוב הנוראי לא הן חזרה חזרה

הן לא יעבדו מהר.

14. יהיו  $A_1, A_2, \dots$  אירועים.

מכונה  $X_k$  אירוע (המכונה)  $A_k$  כאשר  $X_k = 1$  אם  $A_k$  קרה ו-1 אחרת.  $X_k = 0$  אחרת.

$$S = X_1 + X_2 + \dots$$

$P(S=2000)$ ,  $P_k = \frac{1}{2^k}$  אירוע.

א. האם יש שווה 0-?

ב. האם יש חזרה?

ג. האם (המכונה) הם  $\sum_{k=2}^{\infty}$  חזרה?

ד. האם  $A_1, A_2, \dots$  שווה 0-?

ה. האם יש חזרה?

$2^{-2000}$



15. וְיִשְׂרָאֵל יִשְׁמַע וְיִשְׁתַּחֲוֶה לַיהוָה יְהוָה אֱלֹהֵינוּ

וְיִשְׂרָאֵל יִשְׁמַע וְיִשְׁתַּחֲוֶה לַיהוָה יְהוָה אֱלֹהֵינוּ  
הַיְהוָה יִשְׁמַע וְיִשְׁתַּחֲוֶה לַיהוָה יְהוָה אֱלֹהֵינוּ  
הַיְהוָה יִשְׁמַע וְיִשְׁתַּחֲוֶה לַיהוָה יְהוָה אֱלֹהֵינוּ

$$\frac{(h-1)(h-1)!}{n^{h-1}} \quad .1c$$

$$\frac{(h-1)!}{n^{h-1}} \quad .2$$

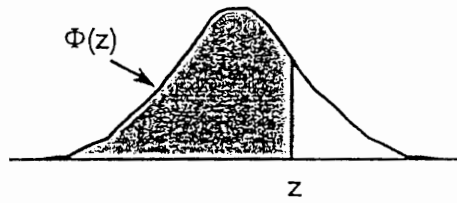
$$\frac{(h+1)(h-1)!}{n^{h-1}} \quad .d$$

$$\frac{n(h-1)!}{n^{h-1}} \quad .3$$

הַיְהוָה יִשְׁמַע וְיִשְׁתַּחֲוֶה לַיהוָה יְהוָה אֱלֹהֵינוּ

# טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית

ערכי  $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995