

מס.תלמיד
ל: _____

מס תלמיד: _____

מס מחברת: _____

הסתברות לדו-חוגי, מועד ב' ספטמבר 2005

ספטמבר 2005

אהוד לרר

1. ענו על 15 השאלות הבאות. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות. הציון המקסימלי הוא 100.
2. אין להשתמש בספרים או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. בהצלחה.

ציון: _____

1. נניח כי X_1, X_2, \dots הם משתנים אקראיים

(המתפלגים בזנב קטן) עם פונקציה צפיפות $\frac{1}{2}$ לכל i .

א. בהכרח $\text{Cov}(X_i, X_n) = 0$ לכל n

ב. ייתכן כי $\text{Cov}(X_1, X_2) > 0$ ו- $\text{Cov}(X_1, X_3) < 0$

ג. ייתכן כי $\text{Cov}(X_i, X_j) < -\frac{1}{8}$ לכל $i \neq j$.

$$3. \quad \mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{100} X_i \geq 80\right) \leq 0.3$$

ה. הסיכוי של $\sum_{i=1}^{100} X_i$ להיות גדול מ-80.

2. נניח כי X, Y הם משתנים אקראיים ו- $E(Y|X=a) = 5 - 2a - 0$

א. הסיכוי $\mathbb{P}(X=a) > 0$ עבור a נתון.
 ב. $E(X) = 1$, $E(Y) = 11$ לכל a .

1. א $2\frac{1}{2}$

2. א 3

3. א -2

3. א -3

ה. הסיכוי של $\sum_{i=1}^{100} X_i$ להיות גדול מ-80.

3. $A \rightarrow B$ המרה ממשק A למשק B

המרה ממשק A למשק B $I_B \rightarrow I_A$

$$I_w(w) = \begin{cases} 1 & w \in A \\ 0 & w \notin A \end{cases}$$

א. שווה 0

ב. שווה 1

ג. שווה -1

3. מהו המרחב N של A ?

ה. f לא אמת

4. פונקציה $f(x)$ המוגדרת על $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 48x^2 & \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. שווה $P\left(\frac{1}{8} \leq X \leq \frac{5}{16}\right)$

1. $\frac{9}{32}$

2. $\frac{5}{32}$

3. $\frac{1}{2}$

4. $\frac{1}{4}$

ה. f לא אמת

5. $X \sim N(3, 4)$ ויש a כך ש-

$$P(-a < X-3 < a) = \frac{9}{10}$$

א. 2.93

ב. 1.282

ג. 3.29

ד. -1.96

ה. $f(x)$ של X הנ"ל.

6. X ו- Y הם נ"ל בלתי תלויים ויש להם הפונקציות:

פונקציית ההסתברות $f(x)$ ופונקציית התפלגות $F(x)$ של X ו- Y (ראו):

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x/2 & 0 \leq x < 1 \\ 3/4 & 1 \leq x < 3 \\ x/4 & 3 \leq x < 4 \\ 1 & 4 \leq x \end{cases}$$

קבוצת האינטרוואלים $X+Y$ ו- $X-Y$ הם גם הם, מהי הפונקציה

של $X-Y$ הנ"ל?

א. $1/2$

ב. 1

ג. 0

ד. $1/4$

ה. $f(x)$ של X הנ"ל.

7. $X, Y \sim U(0, 1)$. כיולו נחשב \rightarrow הבהלל שבו?

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) = 1 \quad . \text{כ}$$

2. "כיול" $E\left(\frac{X}{Y}\right)$ כיולו יך X Y -!

2. "כיול" $E\left(\frac{X}{Y}\right)$ כיולו X Y -!

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) = \infty \quad \text{כיולו } \infty$$

כיולו ∞ כיולו ∞ .

$$P(A|B) = P(B|A) \quad \text{כ} \quad . 8$$

$$P(A) = P(B) \quad . \text{כ}$$

2. "כיול" B -! A .

2. "כיול" B -! A -!

$$P(A) = P(B) = 1 \quad \text{כ} \quad . 3$$

כיולו ∞ כיולו ∞ .

9. יהי X ו- Y נ"ח. נ"ח. X ו- Y נ"ח.

$$P(X=2) = P(X=3) = P(X=7) = \frac{1}{3}$$

$$P(Y=1) = P(Y=2) = P(Y=6) = P(Y=k) = \frac{1}{4} \quad \text{!}$$

האם $E(\max(X, Y)) > E(X)$ - ע"י נ"ח

א. $k \geq 6$

ב. $k \geq 3$

ג. $k > 3$

ד. $k \geq 6$

ה. אף אחד מהנ"ל אינו נכון

10. יהי X נ"ח. נ"ח. X^2 - X נ"ח. X^2 - X נ"ח.

א. $X^2 \geq X$

ב. $X^2 \leq X$ עבור $X \in \{1, 3\}$

ג. $X^2 \leq X$ עבור $X \in \{1, 3\}$

ד. $X^2 \leq X$ עבור $X \in \{1, 3\}$

ה. אף אחד מהנ"ל אינו נכון

ה. אף אחד מהנ"ל אינו נכון

11. נתון מ"פ בעל ערך הנכנסת בקטגוריה:

$$f(x) = \begin{cases} c & -2 < x < 0 \\ x^2 + x^c & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{אלוהי} \end{cases}$$

א"י,

א. $0.4 < c < 0.5$

ב. $0.3 < c < 0.4$

ג. $0.2 < c < 0.3$

ד. $0.1 < c < 0.2$

ה. אף לא אחד מהנ"ל

12. סטאטיסטיקן צימד ארבעה זוגות של מנתים ביום אחד

ההסתברות שיעזרו אלו הזוגות (הראשונה והשנייה) הוא 0.6

ההסתברות שיעזרו אלו הזוגות (השנייה והשלישית) הוא 0.8

ההסתברות שיעזרו אלו הזוגות (הראשונה והשלישית) הוא 0.5

ההסתברות שיעזרו בקבוצת הזוגות אלו:

א. 0.2

ב. 0.3

ג. 0.4

ד. אין מספיק מנתים כדי להחליט

ה. אף לא אחד מהנ"ל

13. מצא את הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ באמצעות כלל חצייה

א. $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

ב. $f'(x) = \frac{2}{x^3}$

ג. $f'(x) = \frac{5}{16}$

ד. $f'(x) = \frac{13}{16}$

ה. $f'(x) = \frac{5}{13}$

ו. $f'(x) = \frac{3}{13}$

14. מצא את הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ באמצעות כלל חצייה

א. $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

ב. $f'(x) = \frac{2}{x^3}$

ג. $f'(x) = \frac{2^6}{6^{12}}$

ד. $f'(x) = \frac{2^6}{6^{12}}$

ה. $f'(x) = \frac{2^6}{6^{12}}$

ו. $f'(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^6$

15. מצא את הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ באמצעות כלל חצייה

15. טאגלעך אונטער, און ק' און י-ע, אסאך זענען אלע

16. קאמפאזיציע: און אסאך האבן, אסאך זענען אסאך,

אסאך-אסאך און אסאך, און אסאך אסאך, אסאך אסאך אסאך

די אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך

אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך

א. 1/2

ב. 1/3

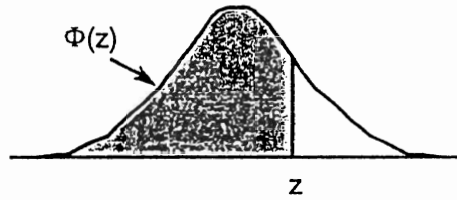
ג. 4/7

ד. 3/4

ה. און אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך אסאך

טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית

ערכי $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995