

מספר ת.ז. _____

מספר נבחן _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו חוגי

מועד ב תשע"ה

מרצה: ערן שמעיה

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. ציון המבחן הוא $5k + 5/2 \cdot \min(k, 8)$, כאשר k הוא מספר התשובות הנכונות
3. אין להשתמש בספרים ומחברות. ניתן להשתמש בשמונה עמודי נוסחאות (חד צדדיים) ובמחשבון שאינו ניתן לתכנות
4. לרשותכם 3 שעות.
5. יש לסמן את התשובות בעמוד זה בלבד. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת! שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטיוטא בלבד ולא ייבדקו.
6. השאלות אינן מסודרות בהכרח לפי סדר קושי.

בהצלחה !

	1	2	3	4
א				
ב				
ג				
ד				

	5	6	7	8
א				
ב				
ג				
ד				

	9	10	11	12
א				
ב				
ג				
ד				

	13	14	15	16
א				
ב				
ג				
ד				

בכל סיבוב של המשחק זוג או פרד מראים שני השחקנים, בבת אחת, מספר בין 1 ל 5 בעזרת אצבעות כף היד. תוצאת הסיבוב היא הזוגיות של סכום המספרים של השחקנים. לנין, סטלין, טרוצקי וחרושצ'וב הם שחקני זוג או פרד. לנין מגריל בכל סיבוב שהוא משחק בו את המספר שלו להיות 1 או 2 בהסתברות שווה. סטלין מגריל פעם אחת מספר 1 או 2 בהסתברות שווה ומשתמש במספר הזה בכל הסיבובים שהוא משחק בהם. טרוצקי מגריל בכל סיבוב שהוא משחק בו את המספר שלו להיות 1 או 2 או 3 או 4 או 5 בהסתברות שווה. חרושצ'וב מגריל פעם אחת מספר 1 או 2 או 3 או 4 או 5 בהסתברות שווה ומשתמש במספר הזה בכל הסיבובים שהוא משחק בהם. כל ההגרלות שמבצעים השחקנים הן בלתי תלויות.

שאלה 1

לנין משחק עשרה סיבובים עם החבר הדמיוני שלו. נסמן ב X את מספר הסיבובים שבהם המספר שלנין הראה הוא 1. ההתפלגות של X היא

א. $Bin(10, 1/2)$

ב. $Bin(10, 3/5)$

ג. בינומית עם פרמטר אחר

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 2

לנין וסטלין משחקים עשרה סיבובים. נסמן ב Y את מספר הסיבובים שבהם התוצאה זוגית. ההתפלגות של Y היא

א. $Bin(10, 1/2)$

ב. $Bin(10, 3/5)$

ג. בינומית עם פרמטר אחר

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 3

טרוצקי וחרושצ'וב משחקים עשרה סיבובים. נסמן ב Z את מספר הסיבובים שבהם התוצאה זוגית. ההתפלגות של Z היא

א. $Bin(10, 1/2)$

ב. $Bin(10, 3/5)$

ג. בינומית עם פרמטר אחר

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 4

לנין וטרוצקי משחקים עשרה סיבובים. נסמן ב U את מספר הסיבובים שבהם התוצאה זוגית.

במקביל משחקים סטלין וחרושצ'וב עשרה סיבובים. נסמן ב V את מספר הסיבובים שבהם התוצאה זוגית. אז

א. $\mathbf{Var}(U) = \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$.

ב. $\mathbf{Var}(U) < \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$.

ג. $\mathbf{Var}(U) > \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$.

ד. אף תשובה אינה נכונה

(X, Y) הם זוג משתנים מקריים בעלי פונקציית צפיפות משותפת

$$f(x, y) = \begin{cases} ye^{-y}/4, & \text{if } |x| \leq y \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

שאלה 5

ההתפלגות של Y היא

א. $\exp(1/4)$

ב. אקספוננציאלית עם פרמטר אחר

ג. בעלת צפיפות $f(y) = \begin{cases} c \cdot ye^{-y}, & \text{if } 0 \leq y \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ עבור קבוע מתאים c

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 6

ההתפלגות המותנה של X בהינתן Y = y עבור y > 0 היא

א. $U(-y, y)$

ב. אחידה בקטע אחר

ג. בעלת צפיפות $f(x) = \begin{cases} c \cdot xe^{-x}, & \text{if } |x| \leq y \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ עבור קבוע מתאים c שתלוי ב y

ד. אף תשובה אינה נכונה

בכל אחת מהשאלות הבאות שתי טענות. יש לזהות את הקשר הלוגי בין הטענות.

שאלה 7

X הוא משתנה מקרי

טענה (i): $X \sim N(0, 9)$ (נורמלי עם תוחלת 0 וסטיית תקן 3)

טענה (ii): $P(X > 6) = 1 - \Phi(2)$

כאשר Φ היא פונקציית ההתפלגות המצטברת של נורמלי סטנדרטי

א. (i) גורר (ii) אבל (iii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (iii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 8

X ו Y הם זוג משתנים מקריים

טענה (i): X ו Y שויי התפלגות

טענה (ii): $P(X < Y) = P(X > Y)$

א. (i) גורר (ii) אבל (iii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (iii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 9

A ו B הם מאורעות בעלי הסתברות גדולה מ-0.

טענה (i): $P(A|B) > P(A)$

טענה (ii): $P(B|A) > P(B)$

א. (i) גורר (ii) אבל (iii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (iii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

דוד בן ישי משבט יהודה מחפש חלוקי נחל על גדת נחל האלה. הוא מוצא חלוקי נחל כחולים בקצב פואסוני של חלוק אחד בשעה וחלוקי נחל ירוקים בקצב פואסוני של חלוק אחד בשעה באופן בלתי תלוי.

שאלה 10

מה תוחלת הזמן בשעות עד שדוד מוצא חלוק נחל כחול ?

א. $1/2$

ב. 1

ג. $3/2$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 11

מה תוחלת הזמן בשעות עד שדוד מוצא חלוק נחל בצבע כלשהו ?

א. $1/2$

ב. 1

ג. $3/2$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 12

מה תוחלת הזמן בשעות עד שדוד מוצא לפחות חלוק נחל אחד מכל צבע ?

א. $1/2$

ב. 1

ג. $3/2$

ד. אף תשובה אינה נכונה

בכיתה 60 ילדים. בסוף השנה מחלקים שקיות עם סוכריות באופן הבא: מכינים שישים שקיות כאשר בשקית מספר k שמים k סוכריות. לאחר מכן עוברים על הילדים בסדר האלף בית ולכל ילד נותנים באופן אקראי אחת מהשקיות שנשארו בכד כאשר הגיע תורו. ילד שרואה שמישהו מקודמיו קיבל יותר סוכריות ממנו פורץ בבכי. תומס ג'פרסון ואלכסנדר המילטון הם שני ילדים בכיתה. ג'פרסון הוא מספר 10 בסדר האלף בית והמילטון הוא מספר 20.

שאלה 13

מה ההסתברות שג'פרסון קיבל 45 סוכריות ?

א. $1/45$

ב. $1/50$

ג. $1/60$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 14

נסמן ב U את מספר הסוכריות שקיבל ג'פרסון וב V את מספר הסוכריות שקיבל המילטון.
אז

א. $\mathbf{Var}(U) = \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$

ב. $\mathbf{Var}(U) < \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$

ג. $\mathbf{Var}(U) > \mathbf{Var}(V)$ ו $\mathbf{EU} = \mathbf{EV}$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 15

מה ההסתברות שג'פרסון פורץ בבכי ?

א. $1/2$

ב. $6/10$

ג. $9/10$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 16

נסמן ב B_i עבור $1 \leq i \leq 60$ את המאורע שהילד ה i -י בסדר האלף בית פורץ בבכי. מה ניתן לומר על התלות בין המאורעות האלה ?

א. בלתי תלויים במשותף

ב. בלתי תלויים בזוגות אבל לא בלתי תלויים במשותף

ג. המאורעות B_i ו B_j תלויים לכל $i \neq j$

ד. אף תשובה אינה נכונה