

מספר ת.ז. _____

מספר נבחן _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו חוגי

מועד א תשע"ה

מרצה: ערן שמעיה

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. ציון המבחן הוא $5k + 5/2 \cdot \min(k, 8)$ כאשר k הוא מספר התשובות הנכונות
3. אין להשתמש בספרים ומחברות. ניתן להשתמש בשמונה עמודי נוסחאות (חד צדדיים) ובמחשבון שאינו ניתן לתכנות
4. לרשותכם 3 שעות.
5. יש לסמן את התשובות בטופס המצורף בלבד. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת! טופס המבחן והמחברת משמשים כטיטא בלבד ולא ייבדקו.
6. השאלות אינן מסודרות בהכרח לפי סדר קושי.

בהצלחה !

	1	2	3	4	5
א					
ב					
ג					
ד					

	6	7	8	9	10
א					
ב					
ג					
ד					

	11	12	13	14	15	16
א						
ב						
ג						
ד						

מגדילים שלושה משתנים מקריים X, Y, Z באמצעות הפסאודו־קוד הבא

$$X = \text{rand}()$$

$$Y = X + 2 * \text{rand}() - 1$$

$$Z = 2 * X + \text{rand}() - 1$$

כאשר כל קריאה לפונקציה $\text{rand}()$ מחזירה מספר ממשי מהתפלגות אחידה בקטע $[0, 1]$ בלתי תלוי בפלטים של הקריאות קודמות.

שאלה 1

מה ההסתברות ש $X < Y$?

א. $2/5$

ב. $1/3$

ג. $1/2$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 2

מה התוחלת של Y ?

א. 0

ב. $1/2$

ג. 1

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 3

Y ו Z הם

א. בלתי תלויים ושוי התפלגות

ב. תלויים ושוי התפלגות

ג. תלויים ולא שוי התפלגות

ד. אף תשובה אינה נכונה

A, B, C הם שלושה מאורעות עם הסתברויות $P(A)=P(B)=1/3$ ו $P(C)=1/4$. נסמן ב N את מספר המאורעות שהתרחשו מבין שלושת המאורעות האלה. אז N הוא משתנה מקרי שיכל לקבל את הערכים $0, 1, 2, 3$

שאלה 4

מה ניתן לומר על ההסתברות $P(N = 1)$?

א. בהכרח $11/12$

ב. אם A, B, C זרים בזוגות אז ההסתברות הזו היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ג. אם A, B, C בלתי תלויים בזוגות אז ההסתברות הזו היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 5

מה ניתן לומר על התוחלת של N ?

א. בהכרח $11/12$

ב. אם A, B, C זרים בזוגות אז התוחלת היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ג. אם A, B, C בלתי תלויים בזוגות אז התוחלת היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 6

מה ניתן לומר על השונות של N ?

א. בהכרח $11/12$

ב. אם A, B, C זרים בזוגות אז השונות היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ג. אם A, B, C בלתי תלויים בזוגות אז השונות היא $11/12$, אבל תשובה א לא נכונה

ד. אף תשובה אינה נכונה

בשאלה זו Φ היא פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה מקרי נורמלי סטנדרטי. המשקל של דרדסים בגרמים מתפלג $N(800, 400)$ (כלומר נורמלית עם תוחלת 800 וסטיית תקן 20). בכפר אחד יש n דרדסים.

שאלה 7

מה ניתן לומר על הפרופורציה של הדרסים בכפר שמשקלם בין 760 ל 780 כאשר n שואף לאנסוף?

- בהסתברות שואפת ל 1 הפרופורציה הזו קרובה ל $1 - \Phi(2)$
- בהסתברות שואפת ל 1 הפרופורציה הזו קרובה ל $\Phi(2) - \Phi(1)$
- בהסתברות שואפת ל $\Phi(2) - \Phi(1)$ הפרופורציה הזו קרובה ל $1 - \Phi(2)$
- אף תשובה אינה נכונה

שאלה 8

מה ניתן לומר על הסיכוי שממוצע המשקלים של כל הדרדסים בכפר הוא בין 760 ל 780 כאשר n שואף לאנסוף?

- הסיכוי הזה שואף ל $1 - \Phi(2)$
 - הסיכוי הזה שואף ל $\Phi(2) - \Phi(1)$
 - הסיכוי הזה שואף ל 1
 - אף תשובה אינה נכונה
-

בבר של סימון דניס נשמעים צלצולים בקצב פואסוני של צלצול אחד בשעה. מיד לאחר כל צלצול מוזמנים הנוכחים בבר לכוסית וויסקי על חשבון הבית.

שאלה 9

קורט גדל מגיע לבר בשעה 4 אחרי הצהריים ועוזב בשעה 6 אחרי הצהריים. מה השונות של מספר כוסות הוויסקי שהוא יקבל ?

א. 1

ב. 4

ג. e^4

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 10

שעת ההגעה של אלן טיורינג מתפלגת אחיד בין 8 ל 11 בערב. טיורינג עוזב בשעה 11. מה הסיכוי שטיורינג לא יקבל אף כוסית וויסקי ?

א. $1/3$

ב. $3e^{-3}/2$

ג. $(1 - e^{-3})/3$

ד. אף תשובה אינה נכונה

בתיבת תכשיטים עשרים יהלומים אדומים, עשרה יהלומים ירוקים ועשרה יהלומים כחולים. אפולו מושך באקראי חמישה יהלומים מהתיבה אחד אחרי השני. אחרי כל משיכה הוא שם את היהלום שמשך בכיסו. אפולו מסתלק מזירת הפשע עם חמשת היהלומים שמשך מהתיבה. לאחר מכן מגיעה האלה ארטמיס. היא מושכת באקראי חמישה יהלומים אחד אחרי השני. אחרי כל משיכה היא מתבוננת ביהלום שמשכה ולאחר מכן מחזירה אותו לתיבה. ארטמיס מסתלקת בידיים רקות. לבסוף מגיע הרמס, דוחף את ידו לתוך התיבה ומושך חמישה יהלומים בבת אחת. הרמס אוכל את חמשת היהלומים שמשך.

שאלה 11

נסמן ב A_i עבור $1 \leq i \leq 5$ את המאורע שהיהלום ה i שמשך אפולו הוא אדום. מה ניתן לומר על התלות בין המאורעות A_i ?

- בלתי תלויים במשותף
- בלתי תלויים בזוגות אבל לא בלתי תלויים במשותף
- המאורעות A_i ו A_j תלויים לכל $i \neq j$
- אף תשובה אינה נכונה

שאלה 12

נסמן ב B_i עבור $1 \leq i \leq 5$ את המאורע שהיהלום ה i שמשכה ארטמיס הוא אדום. מה ניתן לומר על התלות בין המאורעות B_i ?

- בלתי תלויים במשותף
- בלתי תלויים בזוגות אבל לא בלתי תלויים במשותף
- המאורעות B_i ו B_j תלויים לכל $i \neq j$
- אף תשובה אינה נכונה

שאלה 13

נסמן ב X את מספר היהלומים הכחולים שמשך אפולו, ב Y את מספר היהלומים הכחולים שמשכה ארטמיס וב Z את מספר היהלומים הכחולים שמשך הרמס. אז

- X ו Y שוי התפלגות אבל X ו Z לא שוי התפלגות
- X ו Z שוי התפלגות אבל X ו Y לא שוי התפלגות
- Y ו Z שוי התפלגות אבל X ו Z לא שוי התפלגות
- אף תשובה אינה נכונה

מטילים קוביה הוגנת (שש פאות ממוספרות 1 עד 6) עד שמקבלים פעמיים "6".

שאלה 14

מה התוחלת של מספר ההטלות הכולל ?

א. 6

ב. 12

ג. 36

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 15

נסמן ב μ את התוחלת של מספר הפעמים שיצא 5 . אז

א. $3/2 < \mu < 2$

ב. $\mu = 2$

ג. $2 < \mu$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 16

נסמן ב μ' את התוחלת המותנה של מספר הפעמים שיצא 5 בהינתן שמספר ההטלות הכולל

הוא 10. אז

א. $3/2 < \mu' < 2$

ב. $\mu' = 2$

ג. $2 < \mu'$

ד. אף תשובה אינה נכונה