

מספר ת.ז. _____

מספר נבחן _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו חוגי

מועד ב תשע"ד

ערן שמעיה

1. ענו על 15 השאלות הבאות.
2. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סה"כ: 105 נקודות, הציון המקסימלי הוא 100.
3. אין להשתמש בספרים ומחברות. ניתן להשתמש בארבעה דפי נוסחות דו צדדיים (או שמונה חד צדדיים) ומחשבון שאינו ניתן לתכנות.
4. לרשותכם 3 שעות.
5. יש לסמן את התשובות בעמוד זה בלבד. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת! שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטיוטא בלבד ולא ייבדקו.
6. השאלות אינן מסודרות לפי סדר קושי.

בהצלחה !

	1	2	3	4	5
א					
ב					
ג					
ד					

	6	7	8	9	10
א					
ב					
ג					
ד					

	11	12	13	14	15
א					
ב					
ג					
ד					

ממקום מושבו אשר בהר הבודד פולט הדרקון סמוג להבות אש בקצב פואסוני של שלוש להבות בשעה. ג'ון מיינרד קיינס ותום פרידמן הם שני מוצ'לרים שמגיעים להר הבודד באותו יום. קיינס מגיע בשעה 8:00 ונשאר עד שעה 12:00. פרידמן מגיע בשעה 11:00 ונשאר עד שהוא רואה שתי להבות.

שאלה 1

מה התוחלת של מספר הלהבות שקיינס ראה ?

א. 3

ב. 4

ג. 12

ד. אף תשובה אינה נכונה.

שאלה 2

מה התוחלת של משך הזמן בשעות שפרידמן נשאר על ההר ?

א. 3

ב. $1/3$

ג. 12

ד. אף תשובה אינה נכונה.

שאלה 3

מה הסיכוי שפרידמן עזב אחרי קיינס ?

א. e^{-2}

ב. $4 \cdot e^{-3}$

ג. $1 - 2 \cdot e^{-1}$

ד. אף תשובה אינה נכונה.

בכל אחת מהשאלות הבאות שתי טענות לגבי משתנים מקריים X ו Y (בעלי תוחלת ושונות). יש לזהות את הקשר הלוגי בין הטענות.

שאלה 4

טענה (i): X ו Y שויי התפלגות

טענה (ii): $E(X) = E(Y)$

א. (i) גורר (ii) אבל (ii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (ii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 5

טענה (i): X ו Y בלתי תלויים

טענה (ii): X ו Y^2 בלתי תלויים

א. (i) גורר (ii) אבל (ii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (ii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 6

טענה (i): $E(X) > 100$

טענה (ii): $\text{Var}(X) > 5000$

א. (i) גורר (ii) אבל (ii) לא גורר (i)

ב. (ii) גורר (i) אבל (i) לא גורר (ii)

ג. (i) ו (ii) שקולים

ד. אף תשובה אינה נכונה

נתונות שתי מטבעות. מטבע אחת מוטה, עם סיכוי $3/4$ ל- H (ראש) וסיכוי $1/4$ ל- T (זנב) ומטבע שניה הוגנת, עם סיכוי $1/2$ ל- H וסיכוי $1/2$ ל- T . בוחרים את אחת המטבעות באופן מקרי ומטילים אותה מעתה ועד קץ הדורות.

שאלה 7

נסמן ב p את ההסתברות המותנה שנבחרה המטבע ההוגנת בהינתן שבהטלה הראשונה יצא H . אז

א. $p \leq 1/4$

ב. $1/4 < p < 1/2$

ג. $p = 1/2$

ד. אף תשובה אינה נכונה.

שאלה 8

נסמן ב A_i את המאורע שבהטלה ה- i ית של המטבע יצא H . מה ניתן לומר על התלות בין המאורעות A_i עבור $i = 1, 2, \dots, 10$?

א. הזוגות (A_i, A_{i+1}) תלויים לכל $i = 1, \dots, 9$ אבל הזוגות (A_i, A_j) עבור $j > i + 1$ בלתי תלויים.

ב. המאורעות בלתי תלויים בזוגות (כלומר הזוג (A_i, A_j) בלתי תלויים עבור כל $j \neq i$) אבל לא בלתי תלויים במשותף.

ג. המאורעות בלתי תלויים במשותף.

ד. אף תשובה אינה נכונה.

שאלה 9

נסמן ב p_n את ההסתברות שבמהלך n ההטלות הראשונות יצא H לפחות $\frac{2}{3}n$ פעמים.

למה שווה הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$?

א. 0

ב. 1

ג. הגבול לא קיים. (הסדרה לא מתכנסת)

ד. אף תשובה אינה נכונה.

מגדילים נקודה (X, Y) באופן מקרי בתוך עגול היחידה $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$

שאלה 10

ההתפלגות של X היא

א. אחידה רציפה בקטע $(-1, 1)$

ב. אחידה רציפה אבל בקטע אחר.

ג. נורמלית

ד. אף תשובה אינה נכונה.

שאלה 11

הצפיפות המשותפת של הזוג (X, Y) היא מהצורה

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x^2 + y^2), & \text{if } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{א. עבור קבוע מתאים } c$$

$$f(x, y) = \begin{cases} c\sqrt{x^2 + y^2}, & \text{if } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ב. עבור קבוע מתאים } c$$

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y^2, & \text{if } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ג. עבור קבוע מתאים } c$$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 12

נסמן ב $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ את המרחק של הנקודה שנבחרה מהראשית וב $Q = 1 - R$ את המרחק של הנקודה שנבחרה משפת העיגול. אז R ו Q הם

א. בלתי תלויים ושווי התפלגות

ב. תלויים ושווי התפלגות

ג. תלויים ולא שווי התפלגות

ד. אף תשובה אינה נכונה

עשרה עכברים, ביניהם הנרי ואלפרד, ושבע חתולות מתיישבים על שורת כיסאות כך שכל $17!$ הסידורים האפשריים הם שווי סיכוי.

שאלה 13

מה הסיכוי שבמרכז יושבת חתולה ?

א. $1/7$

ב. $7/17$

ג. $7/10$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 14

מה הסיכוי שהנרי ואלפרד יושבים אחד ליד השני ?

א. $1/17$

ב. $2/17$

ג. $2/16$

ד. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 15

מה התוחלת של מספר החתולות שיושבות בין הנרי ואלפרד ?

א. $17/7$

ב. $20/16$

ג. $7/3$

ד. אף תשובה אינה נכונה