

הסתברות וסטטיסטיקה להנדסה מכנית

מועד ב' סימסטר א' תשע"ב, 11/4/2012

שירי אלון עירון

הנחיות:

- משך הבחינה: 3 שעות.
- ניתן להשתמש במחשבון.
- דף נוסחאות וטבלת ההתפלגות הנורמלית מצורפים לבחינה.
- בבחינה ארבע שאלות. עליכם לענות על כולן. כל סעיף בבחינה שווה 7 נקודות, כך שהנקודות בבחינה מסתכמות ל- 112 (הציון המקסימלי שיינתן הוא 100).
- שימו לב: בשאלות האמריקאיות יש לסמן **תשובה אחת בלבד** מתוך הארבע.
- יש לענות על השאלות במחברת הבחינה ולא בטופס!
- בהצלחה!!

שאלה 1 (שאלה פתוחה)

- מוקדן במוקד שירות מקבל שיחות לפי תהליך פואסון עם קצב של שיחה בשלוש דקות.
- א. מהי ההסתברות שבמהלך רבע שעה יקבל המוקדן פחות משתי שיחות?
- ב. אם ידוע שבמהלך חמש דקות קיבל המוקדן לפחות שיחה אחת, מה ההסתברות שיקבל לפחות שתי שיחות (באותן חמש דקות)?
- דקה שבה נאלץ המוקדן לטפל ביותר משיחה אחת נחשבת דקה עמוסה. אם במהלך משמרת של 6 שעות נרשמות למוקדן לפחות 25 דקות עמוסות, הוא מקבל בונוס.
- ג. בטאו במדויק את ההסתברות שהמוקדן במשמרת יקבל בונוס.
- ד. העריכו את ההסתברות שהמוקדן במשמרת יקבל בונוס (נמקו את צעדיכם!).
- פרט לשיחות, נאלץ המוקדן לטפל גם בהודעות, שמגיעות גם הן לפי תהליך פואסון, בלתי תלוי בראשון, עם קצב של הודעה בחמש דקות.
- ה. חשבו את הפונקציה יוצרת המומנטים של סך כל המשימות של מוקדן (גם שיחות וגם הודעות) בשעה אחת.
- ו. מה ההסתברות שבמהלך שעה לא נכנסו למוקדן משימות (שיחות והודעות) כלל?

שאלה 2 (שאלה פתוחה)

התפלגות משקל חריץ גבינה שמיוצר במחלבה, בק"ג, נתונה ע"י פונקציה הצפיפות:

$$f(x) = \begin{cases} cx^2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- א. מצאו את ערכו של c , וחשבו את ההסתברות שמשקלו של חריץ גבינה שנבחר אקראית יהיה גדול מחצי ק"ג.
- ב. מצאו שונות של משקל חריץ גבינה שנבחר אקראית, ורשמו את פונקציה ההתפלגות המצטברת שלו.
- ג. המחלבה החלה לייצר בשיטה חדשה, וצריך לאמוד את ההסתברות שמשקל חריץ גבינה שמיוצר בשיטה זו יהיה גדול מחצי ק"ג. נסמן הסתברות זו ב- p . לצורך קבלת האומדן ל- p מבצעים n ניסויים ב"ת. בכל ניסוי בוחרים אקראית חריצי גבינה ושוקלים אותם, בזה אחר זה, עד שנתקלים בחריץ גבינה שמשקלו גדול מחצי ק"ג. תוצאת כל ניסוי, k_i , היא מספר חריצי הגבינה שנבחרו (עד וכולל זה ששקל יותר מחצי ק"ג). הציעו אומדן ל- p , בהסתמך על k_1, \dots, k_n , תוצאות הניסויים.

שאלה 3 (שאלה 'אמריקאית') – סמנו תשובה אחת בלבד בכל סעיף!

בסל 100 קוביות. 20 מהן מזויפות: על כל צד שלהן כתובה הספרה '3'. שאר הקוביות הוגנות (בקוביה הוגנת סיכוי שווה לכל אחד מהמספרים 1, ..., 6).

א. קוביה שהוטלה מראה '3'. מטילים שוב את אותה קוביה. מה ההסתברות שהקוביה תיפול שוב על '3'?

(i) 2/3

(ii) 2/9

(iii) 1/3

(iv) אף תשובה לא נכונה

ב. בוחרים קוביה באופן אקראי, ואז מטילים את הקוביה שנבחרה (אותה קוביה) שוב ושוב עד שמתקבל '3'. חשבו את תוחלת מספר ההטלות (כולל ההטלה שבה התקבל '3').

(i) 6

(ii) 72/15

(iii) 5

(iv) אף תשובה לא נכונה

ג. בוחרים שתי קוביות מהסל, ומטילים כל אחת פעם אחת. יהא X מספר הפעמים שהתקבל '3' בקוביה אחת, ו- Y מספר הפעמים שהתקבל '3' בקוביה השניה. מהו $\text{Cov}(X, Y)$?

(i) -1/891

(ii) 0

(iii) 1/9

(iv) אף תשובה לא נכונה

ד. בוחרים 10 קוביות מהסל, ללא החזרה, ומטילים כל קוביה שנבחרה פעם אחת. מהי תוחלת מספר הקוביות שהראו '3'?

- (i) $10/6$
- (ii) $10/3$
- (iii) $20/9$
- (iv) אף תשובה לא נכונה

שאלה 4 (שאלה 'אמריקאית') – סמנו תשובה אחת בלבד בכל סעיף!

בוחרים מספר X מהקטע $(0,1)$ לפי התפלגות אחידה. לאחר מכן מטילים מטבע פעמיים, עם הסתברות X ל"עץ". יהא Y מספר ה"עצים" מתוך שתי ההטלות.

א. מהי התוחלת המותנית של Y , אם ידוע $X=x$?

- (i) $2x$
- (ii) 1
- (iii) $x/2$
- (iv) אף תשובה לא נכונה.

ב. מהי תוחלת Y ?

- (i) $2x$
- (ii) 1
- (iii) $x/2$
- (iv) אף תשובה לא נכונה.

ג. יהא $Y=2$ מ"מ מציינ, שמקבל את הערך 1 אם $Y=2$ ואת הערך 0 אחרת. מהי התוחלת של מ"מ מציינ

- זה?
- (i) $1/3$
 - (ii) X^2
 - (iii) $1/4$
 - (iv) אף תשובה לא נכונה.