

מוצב ג', מסלול א', תל אביב
7.9.93

מ.מ. תל אביב



החומר מצטרף

אלקטרונית ב' 1

כיום מ.מ. הורצוג

חשן א'

מלבד החיובים: 60 זקוקות (עצומים חבליים 75 זקוקות)
אין עשה למעלה בחומר עצר נזקם לא מאשגאנים.
מספר השאלות: 15.

עכשיו שאלה ולתת תשובה נכונים אחר אויבה.
סמן עיזב התשובה הנכונים.

ניקוב:

נ' $6\frac{2}{3}$

נ' 0

נ' $-1\frac{1}{3}$

תשובה נכונים:

אין תשובה או יותר מהשאלה אחת:

תשובה לא נכונים:

בה צדחה!

שאלה 1: מספר האינדוקציות A_4 הוא:

- 2
- 3
- 4
- 5

שאלה 2: יהי G חבורה מסדר 120 ויהי K חבורת סיוול-5 של G איננה נוימלית ב- G . אזי 5^n , מספר חבורות 5-סיוול ב- G , שווה ל:

- 6
- 12
- 21
- 24

שאלה 3: יהי $Z(G)$ המרכז של החבורה G ויהי G' חבורת הקומוטטור של G . אזי השוויון $G/Z(G) \cong G'$ אמת

- נכון תמיד.
- לא נכון תמיד, אבל נכון כאשר $Z(G) \trianglelefteq G$.
- לא נכון כאשר $Z(G) \trianglelefteq G$, אבל נכון כאשר $Z(G) \cong G'$.
- שווה השוויון הנ"ל אינו נכון.

שאלה 4: יהיו $\alpha = (123)(45)$ ו $\beta = (143)(25)$!

איברי S_5 . אזי הסדר של מכפלתם $\alpha\beta$ הוא:

- 2
- 3
- 5
- 6

שאלה 5: יהי T הגווה 3 יקדים מספר $2^4 \cdot 7^4$.

אזי מספר החבורה הוולקיות של T הוא:

- 25
- 20
- 16
- 8

שאלה 6: יהי $G^2 = \langle g^2 \mid g \in G \rangle$ היה"ח של החבורה G .

הנחות עז"י: נבא איברי G וגרי $G^2 \leq H \leq G$.

אזי הטענות: $H \cong G$

נכון תמיד.

לא נכון תמיד, אבל נכון אם $G' \leq H$ (ג' - חבורת קומוטטור).

לא נכון כולו $G' \leq H$, אבל נכון כולו $G^2 \leq G'$.

שיש הטענות הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 7: מספר האוברים מספר 5 ב- S_5 הוא:

- 4
- 20
- 24
- 30

שאלה 8: יהי G חבורה, $Z(G)$ מרכזים. אזי הטענות: $Z(G) \neq 1$

נכון תמיד.

לא נכון תמיד, אבל נכון כולו G חבורה סבוכה.

לא נכון כולו G חבורה סבוכה, אבל נכון אם $|G| = p^n > 1$, p הוא ראשוני.

שיש הטענות הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 9 : מספר האלקטורים הצימודים של אובייקט מסוג 303
הוא S_5 הוא:

2 3 4 5

שאלה 10 : מהי \sqrt{H} ! K היא הנהיגה הסימטרית של G .

אזי הסדרים : HK היא הנהיגה של G

נכון מאוד.

לא נכון מאוד, אבל נכון אם $H \triangleq G$.

לא נכון כולל $H \triangleq G$, אבל נכון אם H וגם K נכנסות ב- G .

לא הסדרים הנ"ל אינם נכונים.

שאלה 11 : מספר האובייקט מסוג 4 בהנהיגה הצימודית

D_8 מסוג 16 הוא:

1 2 5 6

שאלה 12 : מהי S קבוצת האלקטורים של ההנהיגה G .

אזי הסדרים : $C_G(S) \cong N_G(S)$

נכון מאוד.

לא נכון מאוד, אבל נכון אם S היא הנהיגה של G .

לא נכון כולל $S \leq G$, אבל נכון אם S היא אבליה של G .

לאי הסדרים הנ"ל אינם נכונים.

שאלה 13: יהי G חבורה מסדר 30, m הוא מספר טבעי אי-זר, $15 \leq m < 30$, $(m, 15) = 1$. אציג הטענות:
 ז' ייחודיות - G חבורה מסדר 15 וכל חבורה מסדר 15 צמיחה
 ט' G חבורה

נכונים ומחויב.

ט' נכונים ומחויב, אבל נכונים אם ח"כ-5 סוד G ייחודיות - G .

ט' נכונים כאשר ח"כ-5 סוד ייחודיות - G , אבל נכונים אם

אם ח"כ-5 סוד) וגם ח"כ-3 סוד) הן ייחודיות - G .

ט' וט' היסטוריה הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 14: יהי G חבורה סופית, $H \trianglelefteq G$, $N = N_G(H)$ ונניח כי N/H , G/H

הן חבורות ציקליות. אציג הטענות: G היא חבורה ציקלית
 נכונים ומחויב.

ט' נכונים ומחויב, אבל נכונים אם $N \cap H = 1$.

ט' נכונים כאשר $N \cap H = 1$, אבל נכונים אם $N \cap H = 1$ ו- $(|G/N|, |G/H|) = 1$.

ט' וט' היסטוריה הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 15: יהי $G \leq H$. אציג הטענות: $C_G(H) \trianglelefteq G$

נכונים ומחויב.

ט' נכונים ומחויב, אבל נכונים כאשר $H \trianglelefteq G$.

ט' נכונים כאשר $H \trianglelefteq G$, אבל נכונים אם $H \trianglelefteq G$! מסדר הוליון

ט' וט' היסטוריה הנ"ל אינן נכונות.

1. יהי G חבורה סופית ויהי $T \leq G, T \neq 1$ ציקלית.

אזי $Z(G) \neq 1$

(א) רבון תמיב $Z(G)$ רבון תמיב, אגם רבון נאלר $|T|$ נוספי ז'י

(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

2. יהיו G_1, G_2 חבורות סופיות, $N_1 \trianglelefteq G_1, N_2 \trianglelefteq G_2$ ונניח

כי $N_1 \cong N_2$ וגם $G_1/N_1 \cong G_2/N_2$. אזי $G_1 \cong G_2$

(א) רבון תמיב $Z(G_1)$ נטן תמיב, אגם רבון נאלר G_1, G_2 חבורות אנליטר

(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

3. יהי G חבורה סופית, $H, N \leq G$; $N/H, G/N$

הן חבורות אגם ואת: אזי G הוא חבורה אגם

(א) רבון תמיב $Z(G)$ רבון תמיב, אגם רבון נאלר $(|H|, |N|) = 1$

(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

4. אם $|G| = p^n$, נאלר קוטרני! $2 \leq n$, אזי:

(א) יתכן כי $|G'| = p^{n-1}$ (ג' - חבורת קוטרני וקוטרני של G)

(ב) לא יתכן $|G'| = p^{n-1}$, אגם יתכן כי $|G'| = p^{n-2}$.

(ג) היסטרית א'! ג' אינן רבונות

1 יהי G חבורה סימטרית אינרסיה כי $(G/\sqrt{2})$ הוא חבורה אבסורט. אזי G היא חבורה אבסורט
 (א) נבין תמוצ (ב) עכא נבין תמוצ, אגם נבין אק $(G/\sqrt{2})$ ציקסיות
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

2 יהי S_n החבורה הסימטרית, $H \trianglelefteq S_n$ אינרסיה H מכוסה מעקר מאונק 4. אזי $H = S_n$
 (א) נבין תמוצ (ב) עכא נבין תמוצ, אגם נבין אק $5 \leq n$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

3 יהי $G = AB$, כאשר A, B הן ח"ח אבסורט
 אז G אזי G היא אבסורט
 (א) נבין תמוצ (ב) עכא נבין תמוצ, אגם נבין כאל $(|A|, |B|) = 1$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

4 יהי G חבורה סובורט, $N \trianglelefteq G$ ויהי P ח"ח קסי
 אז G/N אזי P/N היא ח"ח ק-סיסל אז G/N
 (א) נבין תמוצ (ב) עכא נבין תמוצ, אגם נבין כאל $N \leq P$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ונניח $H \cap G' = 1$

נאשר G' היא חבורת הווייטהוסטר של G . אציג H אגודות

(א) נבין תמונה φ של H על G' המייצגת את H כחבורת קוורטרניונים

(ב) הוכיח כי φ איננה נטריאלית

2. מחבורה האלמנטרית A_n וזוג תמונה φ מאינדיקס n

φ	δ
A_{n-1}	$= 1$

(א) נבין תמונה φ של A_n על G' המייצגת את A_n כחבורת קוורטרניונים

(ב) הוכיח כי φ איננה נטריאלית

3. מספר מתקיים n המיוצגת על ידי S_4 הוא:

(א) 4 (ב) 5 (ג) 6

4. יהי G חבורה סופית, $N \leq G$, $a \in G$

אניח כי $C_G(a) \cap N = 1$. אציג:

(א) $|C_{G/N}(aN)| > |C_G(a)|$ (ב) $|C_{G/N}(aN)| < |C_G(a)|$

(ג) הוכיח כי φ איננה נטריאלית.

מיצב א, סמסל ג',
15.7.90

אסגרה ג' 1
המרה: פולי' מ. הוול'ג
הסק ג'.

משק הסק ג': 2 פסגה. און ערשטאס גבס אמר א צ
פיק סג: צני עס 2 פסגה: אמר משפטה ז'ו ואת משפטה

שפטה 1
(א) הקצר את המושק: הקורה פ-סודו א הקורה סופית. (3)
(ב) הקצר: מ"ח K! H! א הקורה G צמזמז פא ע"א. (2)
(ג) נדמה: הקורה סופית, נס מ"ח פ-סודו צמזמז פא ע"א - (ס)
שפטה 2.

(א) הו"ח: אגור $n \geq 3$, $\langle (12k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$
(ב) הו"ח: אק $H \cong A_n$, $n \geq 3$, H מיוסר מתקור ט מאוק 3
א"י $H = A_n$

שפטה 3

הוכח כי הקורה מספר ק"ו, פ האשן', איש הקורה פלסטי

שפטה 4

הוכח כי עמלואה $a^{-1} = a^2 x$ ו פתון א הקורה G
אק ויה אק a הוא הקרה פולית א אובי ג - G.

ג. צפטה!

מאצב, ג' סוסט ג' ג' 17

17.9.90

DN. תלמיד

אלקטרה ג' 1

פרינציפאל מ. הורצ'וויץ

הערה ג'

שק ה' : 2 לעצור -
אין דעלעטע גראווע עני.

ליקעט: עני. 2 לעצור: אמת נעלעטע 2, 1 אמת נעלעטע 3, 4

1

- (א) הקבוצה של המספרים: $H = \{p - \text{סידור של המנה סופית} \mid p \in \mathbb{N}\}$ (3 נ')
- (ב) נסה את שלש קושי מהמנה אגדיות (2 נ')
- (ג) הוכח: אין p ראשוני ואם G המנה סופית, אישי (20 נ')

2

- (א) הוכח: עבור $n \geq 3$, $A_n = \langle (i, k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$ (10 נ')
- (ב) הוכח: אין $H \triangleleft A_n$, $n \geq 3$, H מניעה שכל $\tau \in H$ מאליו 3, אישי $H = A_n$ (15 נ')

3

הוכח שכל המנה מספר 255 הוא אגדיות.
 [רמז: $|G| = 255 = 17 \cdot 5 \cdot 3$. יהיו $H, K, L \leq G$ מספרים 17, 5, 3
 מהתאמה. הוכח: $H \triangleleft G$ והסק $G' < H$. הוכח גם
 ל- $K \triangleleft G$ או $L \triangleleft G$ והסק: $G' = 1$]

4

הוכח שמשוואה $ax = b$ ול פתרון x מהמנה G
 אם ורק אם ab הוא רגוע של אובר של G .

1. יהי G תבונה אברהיים $K, H \leq G$ התקיימות:
 א) $K \leq H$. א"כ:

$$N_G(H) \leq N_G(K) \quad \text{ב) } N_G(K) \leq N_G(H)$$

ג) הוכחתי א"כ! א"כ אינן נבדלות.

2. יהי S קבוצה חסומה של התבונה G . א"כ:

$$C_G(S) \leq N_G(S)$$

א) נכון תמיד; ב) לא נכון תמיד, אולם נכון אם S תבונה חסומה.

ג) הוכחתי א"כ! א"כ אינן נבדלות.

3. יהי G תבונה סופית אברהי $1 \neq N \trianglelefteq G$.

$$N \cap Z(G) \neq 1 \quad \text{א"כ:}$$

א) נכון תמיד ב) לא נכון תמיד, אולם נכון אם $|G| = p^n$, p ראשוני.

ג) הוכחתי א"כ! א"כ אינן נבדלות.

4. יהי $H \rightarrow G: \phi$ אפומורפיזם של תבונות (האומורפיזם)
 א"כ:

א) $\phi^{-1}(H)$ ותת תבונה מן האפומורפיזם $\phi^{-1}(H)$;

ב) $\phi^{-1}(H)$ ותת תבונה מן האפומורפיזם $\phi^{-1}(H)$;

ג) הוכחתי א"כ! א"כ אינן נבדלות.

2. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ויהי P ח"מ p -סידור של G . אזי $P \cap H$ היא ח"מ p -סידור של H .

(א) נבין תמוצת האלמנטים, אגם נבין נאלץ $H \cong G$.
 (ב) הוכח: א' ! ב' אינן נבדלות.

2. יהיו נתונים האוגדים: $\alpha = (15)(473)(26)$, $\beta = (34)(267)(16)$.

! $\sigma = (17)(5362)$ ח"מ S_7 . ע"י:

(א) α זמוב β - δ ח"מ S_7 ; β זמוב δ - ϵ ח"מ S_7 .

(ב) α זמוב δ - ϵ ח"מ S_7 .

3. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ויהי H ח"מ 5 -סידור של G .

נעזר האורגזם: $|G:H| = 5$. אזי: $G \cong A_5$.

(א) נבין תמוצת האלמנטים, אגם נבין נאלץ $H \cong G$.

(ב) הוכח: א' ! ב' אינן נבדלות.

4. יהי $H \leq G$ ארנית כי $H = \langle g^2 \rangle$ של G .

אזי:

(א) G/H היא ציקלית, $G/H \cong \mathbb{Z}_5$, אגם $G/H \cong \mathbb{Z}_5$.

(ב) הוכח: א' ! ב' אינן נבדלות.

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ונניח כי $H \cap G' = 1$,
 ואשר G' היא חבורת הקומוטטור של G . אזי H אבליה
 (א) נבון תמיב (n) לכו נבון תמיב, אגם נבון כאלו $(|H|, |G'|) = 1$
 (ג) הבעת א' ! ג' אינן נבונות.

2. יהי G חבורה סופית ונניח כי $G \cong G \times G$. אזי G אבליה.
 (א) נבון תמיב (n) לכו נבון תמיב, אגם נבון כאלו G מסוג 2^k , 3^k וכו'
 - (ג) הבעת א' ! ג' אינן נבונות.

3. יהי G חבורה סופית ויהי $G = FK$ כאלו $K \leq G$
 ! $F \cong G$. אזי: $F \cap K \cong G$.
 (א) נבון תמיב (n) לכו נבון תמיב, אגם נבון כאלו F אבליה
 (ג) הבעת א' ! ג' אינן נבונות.

4. מספר האיגודים הלבנים של $(1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n)$, מתקור
 מסלול n ג' S_n , הוא:
 (א) 3^n (ג) $n!$ (ג) $(n-1)!$

מחברת א' ספרות ג', חר"ן
15.7.90

אלקטרוניקה 1
הערה: פילוס מ. הירצ'ק

העק א'

מקב אלק א' : 60 צקאר
אין אלקטרוניקה ג' חר"ן חר"ן
מספר העמוד : 16

על שדה ולקט גלגל אלקטרוניקה
מין זקוף סביב האלקטרוניקה, ג' אלקטרוניקה
לשדה חר"ן.

ויק א'

גלגל אלקטרוניקה : 3.25 חר"ן
אין גלגל אלקטרוניקה חר"ן
גלגל אלקטרוניקה : -0.75 חר"ן

הערה!

1. מספר הגבולות האגולות געלט ויסדר $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

אגולות ה'ה. סידור אחר עכמות ציקלים הוא:

(א) 5 (ב) 6 (ג) 7

2. יהי G חבורה סופית מסדר $|G| = p^n$, כאשר p הוא ראשוני

1. $n \geq 1$. יהי C ממקור צמיגות (של איגוריק) של G .
אז $|C| < p^{n-1}$

(א) נכון תמיד (ב) לא נכון תמיד, אולם נכון כאשר $n > 1$
(ג) הטענה א' א' אינן נבולות

3. יהי G חבורה סופית מסדר $|G| = p^r$, כאשר p הוא ראשוני

$|Z(G)| = p$. נניח כי $|Z(G)| = p$ ויהי C ממקור

צמיגות (של איגוריק) $H = G$. אז $|C| \neq p^r$

אם נכון תמיד אולם נכון תמיד, אולם נכון רק ה'ה ק-סידור של G היא אגולות

(ג) הטענה א' א' אינן נבולות

4. יהי G חבורה סופית ויהי $H \leq G$. אם $a \in G$

אז $a^2 \in H$, אזי G היא געלת סדר פאק'

(א) נכון תמיד (ב) לא נכון תמיד, אולם נכון אם $|G| = p^n$, p הוא ראשוני

(ג) הטענה א' א' אינן נבולות

1. יהי G חבורה סופית והיה $T \trianglelefteq G$, $T \neq 1$, ציגלים
 אצי $Z(G) \neq 1$

(א) רבון תמיב G לא רבון תמיב, אגם רבון כאלר $|T|$ מספר זיג
 (ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

2. יהיו G_1, G_2 חבורות סופיות, $N_1 \trianglelefteq G_1$, $N_2 \trianglelefteq G_2$ ונניח
 כי $N_1 \cong N_2$ וגם $G_1/N_1 \cong G_2/N_2$. אצי $G_1 \cong G_2$

(א) רבון תמיב G_1 לא רבון תמיב, אגם רבון כאלר G_1, G_2 בן חבורות אנליטר
 (ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

3. יהי G חבורה סופית, $N, H \trianglelefteq G$, $N \cap H = 1$, $G/N \cong G/H$
 בן חבורות אנליטר. אצי G הוא חבורה אנליטר

(א) רבון תמיב G לא רבון תמיב, אגם רבון כאלר $(|H|, |N|) = 1$
 (ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

4. אק $|G| = p^n$, כאלר p ראשוני! $n \geq 2$, אצי:

(א) יתכן כי $|G'| = p^{n-1}$ (ג' - חבורת הקומוטטור של G)
 (ב) לא יתכן $|G'| = p^{n-1}$, אגם יתכן כי $|G'| = p^{n-2}$.
 (ג) היסטרית א'! ג' אינן רבונות

1. יהי G חבורה סופית אינרית כי $(G) \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ונא להוכיח
 אגודת-אזי G היא חבורה אגדית
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $(G) \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ציקליט
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

2. יהי S_n החבורה הסימטרית, $H \trianglelefteq S_n$ אינרית
 $H = S_n$ מכלול מכלול 4. אזי $H = S_n$
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $n \geq 5$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות.

3. יהי $G = AB$, כאשר A, B הן ח"מ אגדיות
 אז G אזי G היא אגדית
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $(|A|, |B|) = 1$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

4. יהי G חבורה סופית, $N \trianglelefteq G$ ויהי P ח"מ פ-סימט
 אז G/N אזי P/N היא ח"מ פ-סימט אז G/N
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $N \leq P$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ונניח $H \cap G' = 1$
 נאשר G' היא חבורת הווקיטור של G . אזי H אדום
 (א) נכון מאיז (ב) G היא נטן מאיז, אגל נכון נאשר $(|H|, |G'|) = 1$
 (ג) היטענל א' ! ג' אינן נטאנל

2. לחבורה האלמנטרית A_n ונניח מאיז n מאיז n
 (א) נטן מאיז (ב) G היא נטן מאיז, אגל נכון נאשר $n \geq 3$
 (ג) היטענל א' ! ג' אינן נטאנל

ל"פ $n \geq 3$
 $A_n = 1$

3. מספר מעקל (של אינדיקס) של S_4 הוא:
 (א) 4 (ב) 5 (ג) 6

4. יהי G חבורה סופית, $N \leq G$, $a \in G$
 ונניח $C_G(a) \cap N = 1$. אזי:
 (א) $|C_{G/N}(aN)| < |C_G(a)|$ (ב) $|C_{G/N}(aN)| > |C_G(a)|$
 (ג) היטענל א' ! ג' אינן נטאנל.

מועצת א' סמינר ג', ג
15.7.90

אם גברה ג' 1
המורה: פרויט' מ. הורצ'ק
הסק ג'.

משק הסק ג': 2 שאלות. אין להשתמש בגבס חמור לצורך
ליקט ג': ציני עם 2 שאלות: אחת משאלות 2, 1 ואחת משאלות

שאלה 1
(א) הקבוצה A_n המיושקת: חבורת Q -סידור של חבורה סופית. (3 נ)
(ב) הקבוצה: $H \neq K$ של חבורה G ציבורית של G . (2 נ)
(ג) הדגמה: החבורה סופית, נכח H של Q -סידור ציבורית של G . (20 נ)
שאלה 2

(א) הוכח: עבור $n \geq 3$, $A_n = \langle (i \ j \ k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$
(ב) הוכח: אם $H \cong A_n$, $n \geq 3$, H מכילה מתחילת S_n מאיזון 3
אולי $H = A_n$

שאלה 3

הוכח כי החבורה מסדר q^2 , q ראשוני, איננה חבורה פשוטה

שאלה 4

הוכח כי למשלואה $a^{-1} = a^2$ יש פתרון x בחבורה G
אם ורק אם a הוא חלקי שלולית של איברי G .

הוצגה!

== יהי G חבורה בעלת המרכז $Z(G)$ ויהי $H \triangleleft G$. אז:

(א) $Z(G/H) \leq Z(G)/H$ (המרכז של G/H)

(ג) $Z(G/H) \leq Z(G)H/H$

(ד) $Z(G/H) \geq Z(G)H/H$

== יהיו α, β, γ האיברים: $\alpha = (15)(473)(26)$, $\beta = (16)(267)(34)$

! $\gamma = (17)(5362)$ S_7 - אצו:

(א) $\alpha \beta \gamma = \delta \in S_7$

(ג) $\alpha \beta \gamma = \delta \in S_7$

(ד) $\alpha \beta \gamma = \delta \in S_7$

== יהי G' חבורת הקומוטטור של G . אז:

(א) $Z(G/G') \neq G/G'$ (המרכז של G/G')

(ג) $Z(G/G') = G/G'$

(ד) $Z(G/G') \neq G/G'$

== מספר החבורות האגלויות בעלת הסדר $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3$

אגלויות חבורות 2-סופיות, ציקליות הוא:

(א) 18

(ג) 6

(ד) 9

1 יהיו נתונים האיברים $\alpha = (12)(437)(56)$, $\beta = (36)(125)(74)$

! $\gamma = (57)(13264)$ S_7 - נ

(א) $\alpha^\gamma = \beta$: $\beta \delta \alpha$ את γ מצמיד את δ : כי

(ב) $\beta^\gamma = \alpha$: $\alpha \delta \beta$ את γ מצמיד את δ : כי

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

2 יהי G תגובה ומהווה $K, H \leq G$ המקימות: $K \leq H$

כי :

$$N_G(K) \leq N_G(H) \quad (א)$$

$$N_G(H) \leq N_G(K) \quad (ב)$$

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

3 מספר האיברים הפרימיים של $(123\dots n)$

S_n - נ הוא :

$$(n-1)! \quad (א)$$

$$(n-2)! \quad (ב)$$

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

4 יהי G תגובה סופית ויהי $H \leq G$ גזר

האינדקס $|G:H| = n$. כי :

(א) $|G|$ מתחלק את $n!$.

(ב) $n!$ מתחלק את $|G|$.

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

1. יהי G חבורה סופית ויהי $P \in \text{Syl}_p(G)$.

$N_G(P) \cong G$ כי $N_G(P) = G$. א"י:

(א) $N_G(P) = G$

(ג) $|G : N_G(P)| = 1 + p$

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

2. יהי $G = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_r$ מכפלה ישנה $r < \infty$.

חבורות זיקמיות מסוג קארן p . יהי $H \leq G$.

בעזרת הסדר p . א"י:

(א) $H = A_i$ עבור i מתאים.

(ג) $H \leq A_i \times A_j$ עבור זוג שלמים מתאימים.

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

3. יהי G חבורה סופית ויהי T אוטומופיזם על G .

עם תקופת לבת n כי $o(T) = 2$. א"י:

(א) $T(x) = x^2$ עבור $x \in G$.

(ג) $T(x) = x^{-1}$ עבור $x \in G$.

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

4. איך מחבירה הסימטריה S_n ורוביות 4 .

ח"י זיקמיות וא"י:

(א) $n = 3$

(ג) $n = 4$

(ד) $n = 5$

1. יהי $f: G \rightarrow H$ הומומורפיזם של תבוא

סגורה. אזי

(א) $G = (\text{Im } f)(\ker f)$

(ב) $|G| = |\text{Im } f| |\ker f|$

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

2. יהיו $N, M \trianglelefteq G$ ונגד כי $M/N \cong G/M$ הוא אגלי

אזי:

(א) $G/N, G/M$ הן אגלות אגליות.

(ב) $G/N \cong G/M$! הן אגלות אגליות וק"א $M \neq N$

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

3. מספר האיברים מספר 2 בתמונת היקוטיאן

Q מספר 8 הוא:

(א) 3

(ב) 5

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

4. יהי G אגלה סימטרית ומהיות $H \leq G$

! $P \in \text{Syl}_p(G)$ נגד $P \trianglelefteq H \trianglelefteq G$ אזי:

(א) $P \trianglelefteq G$

(ב) $P \trianglelefteq G$ יק"א $H \text{ char } G$

(ג) $P \trianglelefteq G$ יק"א H אגלית.

מ/שכ א', סמטו ה, תלמ
4.7.89

אלקטרה ג' 1
המורה: פרופ' מ. הכרמל

העין ג'
משק העין ג' : 2 שגור
סיון להשגת גב' הואי ע. ע. ע.

שדה 1
עין ע' : 2 שדור : אחר משדור 1, 2 ואחר משדור 3, 4

אם את משק קושי להגלות אגלויות : אם G תורה אגלויות
אם q באשון הממשק את q , ואי' q עמול אחר a
 G בעל הסבר : $q = a(s)$
ערה : אין להשתמש הממשק המשותף של תגויות אגלויות ספוגיות

שדה 2
 G תורה אהיו H ח"ה של G בעל-האינדיקס הסופי : $|H:G|$
: קימת $G \cong K$ נק' s : K/A אינדיקסית ח"ה של S_m (התקנה הסימטרית)

שדה 3
מ כי אין תורה נפרדה בעלת הסבר q , כאלו q מסבר

שדה 4
מ ע"י G את תגורת הקומפוטור של G . הוכח :
כאן) כל קוסט A', G, A , יהיו אמזב של מעק'י
מיצור עמול של אגרי G .

G תורה סופית עמו אגלויות, אי' $k(G) = \text{מספר מעק'י}$
מיצור של אגרי G , מקי k את האי-שולל :
 $1 + |G:G| \geq k(G)$
בהצטרף!

מחצב ג', סמסטר ג', תש"ל
24.9.89

אלגברה ג' 1

המונח: פרויקטור הרצף

הערה ג'

משק הערך ג': 2 לעומת

אין ענין למה בדיוק הוא ע"כ.

שק ע"כ: ע"כ 2 לעומת: אחת משאלות 1, 2 ואחת משאלות 4

שאלה 1

(א) יתברר את המושג: הקורט ק-סופו של האורח סופית.

(ב) הוכח: כל האורח סופית G מבושה לפחות הקלות ק-סופו אחת על מספר ראשוני p .

(הערה: צריך לנסח את משפטי הפעולות בהם יתק מלמעלה ועליו יתק להוכיח שהם גשק והתאים)

שאלה 2

יהי G חבורה ויהי $N \trianglelefteq G$. הוכח:

$$\{H/N \mid N \leq H \leq G\} = \{G/N \text{ של } H/N\}$$

שאלה 3

יהי G חבורה סופית מסדר $p_1^{a_1} \dots p_k^{a_k}$, $|G| = p_1^{a_1} \dots p_k^{a_k}$, p_i ראשוניים שונים ויהיו K, H ח"ח של G . הוכח:

(א) (סו נ"ו) איך ע"כ $a_i = 1$ מתקיים: $|H| \mid |K|$ או $|K| \mid |H|$, או $p_i \mid |K|$ או $p_i \mid |H|$, או $K=H$

(ב) (סו נ"ו) איך $|G| = |K| \cdot |H|$ (כלומר האינדקסים זרים זה לזה) איך $K=H$

שאלה 4

יהי G חבורה מסדר $3 \cdot 7 = 21$ ויהיו $A \in \text{Syl}_3(G)$, $B \in \text{Syl}_7(G)$

! $C \in \text{Syl}_3(G)$. הוכח: (א) (5 נ"ו) $A \triangleleft G$

(סו נ"ו) AB, AC הן ח"ח אגדיות של G .
(סו נ"ו) A מובנת במרכז $Z(G)$ של G .

~~היציב~~

1. תהי G גזרה סופית מסדר n ותהי $G \trianglelefteq \bar{G}$
 ציגדיות מסדר m . אז:

- (א) G -סדר יש ת"א ניימדות מסדר 30 המתפקד אל m
 (ב) G -סדר יש ת"א ניימדות מסדר 30 המתפקד אל $\frac{m}{2}$
 (ג) הסדר k או k^2 אינו נכונות.

2. מספר הגורמים האגדולות געולות מסדר $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
 אגדולות ת"א ציגדיות מאינציקס ראשון הוא:

- (א) 3
 (ב) 4
 (ג) 6

3. מספר האוקטיוס הצמזמ ציק של S_n הוא:

- (א) 2^n
 (ב) $n(n-1)$
 (ג) $\frac{n(n-1)}{2}$

4. תהי G גזרה מסדר $|G| = pm$, $(p, m) = 1$, ותהי $P \in \text{Syl}_p(G)$.
 נניח כי $P \not\trianglelefteq G$! $m \equiv 1 \pmod{p}$! אז:

- (א) $N_G(P) = P$
 (ב) $N_G(P) \neq P$
 (ג) הסדר k או k^2 אינו נכונות.

1 יהי T א"ח זיקדים נורמליים על H .
 הסבורים העל-אבדלים G . אצי:

(א) $C_G(T) = T$

(ג) $C_G(T) \neq T$

(ג) $C_G(T) \leq T$ וכל T $C_G(T) = T$

2 מספר התאגוים העסקיות מספר 4 גמא/כח
 הקוסיטני'ק Q מספר 8 הוא:

(א) 1

(ג) 2

(ג) 3

3 יהי $f: G \rightarrow H$ אפומורפיזם על תאגוים (הומומורפיזם)
 אצי:

(א) $\delta-G$ ולכן תאגוים מן האפומורפיזם δH

(ג) $\delta-G$ ולכן א"ח האפומורפיזם δH ;

(ג) הסעגות א' ! א' אינן נבגרות.

4 תהיינן $G \cong M, N$ אטני כ' G/N ! G/M הן
 תאגוים סביות. אצי:

(א) G היא סביות.

(ג) $M \cap N$ הוא סביות, אצי G היא סביות

1: יהי $G' \leq A \leq G$ ויהי $A = G$. אזי:

(א) $HA = G$

(ב) $HA \leq G$ ויתכן $HA < G$ (כיוון ש"א")

(ג) השערה א'! אין נבדליות.

2: יהי G חבורה סופית ויהי $P \in \text{Syl}_p(G)$. אזי:

(א) $N_G(N_G(P)) = G$

(ב) $N_G(N_G(P)) = N_G(P)$

(ג) השערה א'! אין נבדליות.

3: יהיו H ו- K תת-חבורות של G ויהי $K \leq H$. אזי:

(א) $Z(K) \leq Z(H)$

(ב) $C_G(K) \leq C_G(H)$

(ג) השערה א'! אין נבדליות.

4: שחבורת הסמטריות S_n :

(א) יש ת"א מדרג אינדיקס r בצורה:

$n(n-1) \cdots (n-r)$, $0 \leq r \leq n$

(ב) יש ת"א מדרג אינדיקס r הממלא את $n!$

(ג) השערה א'! אין נבדליות.

1. יהי $N \trianglelefteq G$ ויהי N הוסיא-אגדוסיא
: כי

(א) קיימת K , $1 < K < N$, הוסיא-אגדוסיא: $K \triangleleft G$

(ב) אם $N \neq N'$ כי קיימת K , $1 < K < N$, הוסיא-אגדוסיא: $K \triangleleft G$

(ג) הוסיא-אגדוסיא כי! אכן נבא לה:

2. מספר הגורמים התהדקוואסיא מסדר 4 אגדוסיא

הוסיא-אגדוסיא D_8 מסדר 8 הוסיא:

1 (א)

2 (ב)

3 (ג)

3. יהיו A, B הוסיא-אגדוסיא G ויהי $G = AB$

: כי $G = AB$

(א) הוסיא-אגדוסיא G

(ב) אם $A \cap B \neq 1$, הוסיא-אגדוסיא G

(ג) הוסיא-אגדוסיא כי! אכן נבא לה:

4. יהי $R \trianglelefteq G$ ויהי $R \leq K \leq G$. כי:

$$N_{G/R}(K/R) \leq \frac{N_G(K)}{R} \quad (א)$$

$$N_{G/R}(K/R) \leq \frac{N_G(K)R}{R} \quad (ב)$$

$$N_{G/R}(K/R) \geq \frac{N_G(K)R}{R} \quad (ג)$$