

בחנה באלגברה ב'
מכאל ברוזני

אין להשתמש בתומר עזר כלשהו.
משך הבחנה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם הראשון.
2. הוכח את המשפט: תהי G חבורה ציקלית סופית מסדר n , $G = \langle a \rangle$. תהי $H < G$ או H היא ציקלית, $H = \langle a^r \rangle$, כאשר r הוא המספר הטבעי הקטן ביותר כך ש- $a^r \in H$.
3. הוכח כי חבורה מסדר 675 אינה פשוטה.
4. הראה כי חבורה מסדר 99 היא אבלית.
5. הוכח כי לכל תת-חבורת 2-סילו של S_4 יש תת-חבורה לא ציקלית מסדר 4.

בהצלחה!

בחנה באלגברה ב' 1

פרופ' מיכאל בורובי

אין להשתמש בתומר עזר כלשהו.

משך הבחינה: שלוש שעות.

ענה על 4 שאלות.

1. נסח וחוכח את משפט האיזומורפיזם השלישי.

2. (א) הוכח כי אם G תבורה סופית ו- a_1, \dots, a_n הם נציגים של כל מחלקות הצמידות שאינן

שייכות למרכז, אז

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^n \frac{|G|}{|C_G(a_i)|}$$

(ב) הוכח כי המרכז של תבורת- p לא טריביאלית אע"פ טריביאלית.

3. הוכח כי כל תבורה מסדר 35 היא ציקלית.

4. הוכח כי כל תבורה מסדר $3^3 \cdot 7^2$ היא פתירה.

5. הוכח כי A_n עבור $n \geq 5$ היא נוצרת על-ידי התמורות מהצורה $(ab)(cd)$, כאשר a, b, c, d הם

מספרים שונים.

6. (א) הוכח כי אם H היא תת-תבורה של G בעלת אינדקס n ב- G ואין ב- H תת-תבורה פרט

ל- $\{1\}$ אשר נורמלית ב- G , אז G היא איזומורפית לתת-תבורה של S_n .

(ב) הוכח כי ל- A_6 אין תת-תבורות בעלות אינדקס 2, 3, 5 ב- A_6 .

בהצלחה!

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורובי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו
משך הבחינה: שלוש שעות
ענה על 4 שאלות

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם הראשון.
2. הוכח את המשפט: תת-חבורה של חבורה נילפוטנטית היא נילפוטנטית.
3. הראה, שתבורה מסדר 1700 אינה פשוטה.
4. תהי G חבורה מסדר 105. הוכח, ש- G פתירה.
5. (א) הוכח, שאם $n \geq 5$, אז החבורה A_n נוצרת ע"י מתזורים באורך 3.
(ב) הוכח, ש- $A_n = [S_n, S_n]$.
6. הוכח, שכל חבורה מסדר 15 היא ציקלית.

בהצלחה!

בחנה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורבוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם השני.
2. הוכח את המשפט: כל תבורת- p היא פתירה.
3. הראה, שכל תבורה מסדר 1001 היא ציקלית.
4. הראה, שלכל תת-תבורה מסדר 8 ב- S_4 יש תת-תבורה איזומורפית ל- $Z_2 \oplus Z_2$.
5. תהי N תת-תבורה נורמלית ב- A_n ($n \geq 5$), המכילה מכפלה של שני חילופים זרים. הראה, ש- $N = A_n$.
6. הוכח, שכל תבורה מסדר 169 היא אבלית.

בהצלחה!

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל ברובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט ההתאמה.
2. הוכח את המשפט: כל תת-חבורה של חבורה פתירה היא פתירה.
3. הוכח כי כל חבורה מסדר 1225 היא (א) מכפלה ישרה של שתי תת-חבורות סילו, (ב) אבלית.
4. (א) תהי $H < S_n$, $n \geq 5$, $H \neq S_n$, $\{1\} \neq H$. הוכח כי $H = A_n$.
(ב) מה ניתן לומר על הטענה הקודמת כאשר $n = 3$ וכאשר $n = 4$?
5. הוכח כי אם G חבורה סופית, $A, B < G$, כד ש- $A \cap B = \{1\}$, אזי $|AB| = |A| \cdot |B|$.
6. תהי N תת-חבורה נורמלית של חבורה $G = G_1 G_2 \cdots G_n$. נניח כי $G_i < G$ ו- $N \cap G_i = \{1\}$. עבור $i = 1, \dots, n$, הוכח כי $N \subset Z(G)$.

בהצלחה!

סמסטר א' - תשנ"ו

מ/א 7 א
5.02.1996

אלניזרטיולת ת"א

בחינה באמצורה ב' 1
כחפ' מ. ב/חל"ב

אין להשתמש בכל חומר מצד
משך הבחינה: 3 שעות
ענה על 4 שאלות

1. נסח והוכח את משפט קיילי (Cayley).
2. הוכח כי המרכז של תורת-ק לא טריבואלית אינו טריבואלי.
3. הוכח כי תורת מסדר 700 אינה פשוטה.
4. תהי G תורת מסדר q , $q \neq 2$. הוכח ש- G פתורה.
5. א. הוכח שאם $G/Z(G)$ ציקלית אז G אבליה.
ב. נניח ש $|G|=195$ ו- $1 \neq Z(G) \neq G$. הוכח ש $Z(G) \cong \mathbb{Z}_5$.
6. תהי G תורת מסדר אי-זוגי, $H < G$ כך ש- $[G:H]=3$.
הוכח שאם $g \in G$ כך ש- $g^2 \in H$, אז $g \in H$.

בהצלחה!