ת.ז.: ______________ מס' מחברת: _____

מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' התשס"ט, מועד ב'

תאריך: 25.9.2009

מרצים: פרופ' נוגה אלון, ד"ר איריס רוזנבלום

מתרגלים: רני הוד, דני פלדמן

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.
- במבחן 5 שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב־90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב־100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- בכל שאלה בה אתם מציגים אלגוריתם יש להציג אלגוריתם יעיל ככל האפשר בליווי הסבר מתאים.

בהצלחה!

1		
2		
3		
4		
5		

מס' מחברת: _____ ת.ז.: __________

שאלה 1

סעיף א'

תאר/י דוגמא של גרף מכוון $G=(V,E)$ עם פונ' משקל $w:E\rightarrow\mathbb{R}$ וצומת $s\in V$ כך שאין מעגל שלילי ביחס ל־w בגרף והאלגוריתם של Dijkstra נכשל; במילים אחרות, הראה/הראי צומת $v\in V$ כך שהאלגוריתם <u>אינו</u> מחשב נכון את אורך המסילה הקלה ביותר מ־s ל־v.

דוגמא והסבר:

סעיף ב'

נתון גרף לא מכוון $G=(V,E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות עם פונ' משקל חיובית $w:E\rightarrow\mathbb{R}^+$ ונתון צומת $s\in V$. ידוע שדרגת כל צומת בגרף G היא לכל היותר 10.
תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את 100 הצמתים הקרובים ביותר ל־s.[1]

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

[1] במקרה של שיוויון בין מרחקים נעדיף צמתים עם מס' סידורי קטן יותר.

ת.ז.: ______________ מס' מחברת: _____

שאלה 2

נתון גרף לא מכוון $G=(V,E)$, לאו דווקא קשיר, המיוצג ע"י רשימות שכנות ופונ' משקל $w: E \to \mathbb{R}$ על קשתותיו. ידוע שכל המשקלים שונים. נאמר שקשת היא *כבדה* אם קיים מעגל פשוט המכיל אותה ובו היא הקשת בעלת המשקל המקסימלי.

תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמוצא את כל הקשתות הכבדות של G.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

ת.ז.: ______________ מס׳ מחברת: _____

שאלה 3

בבית הספר היסודי "סדר מעל לכל" לומדים תלמידים בכיתות א׳-ו׳. בכל כיתה לומדים n תלמידים. במסדר הסיום רוצה המנהל לסדר את התלמידים ב-n טורים כשבראש כל טור ילד מכיתה א׳, אחריו ילד מכיתה ב׳, בעקבותיו ילד מכיתה ג׳, וכן הלאה עד לסוף הטור שבו ילד מכיתה ו׳. לכל ילד מכיתה ב׳ יש רשימה של ילדים מכיתה א׳ שהוא מוכן לעמוד בעקבותיהם בטור. באופן דומה, לכל ילד מכיתה ג׳ יש רשימה של ילדים מכיתה ב׳ שהוא מוכן לעמוד בעקבותיהם בטור, וכך הלאה עד לילדי כיתה ו׳ שלכל אחד מהם רשימה של ילדים מכיתה ה׳ שהוא מוכן לעמוד בעקבותיהם.

המנהל מטיל על המורה לאלגוריתמים לבדוק האם אפשר לסדר את $6n$ הילדים ב-n טורים תוך שמירה על אוסף האילוצים הנתון. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר בו תשתמש המורה כדי לפתור את הבעיה.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

ת.ז.: ______________ **מס' מחברת:** _____

שאלה 4

נתונה מחרוזת $X = x_1x_2\cdots x_n$ מעל א"ב סופי Σ. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את כל ערכי q, $1 \leq q \leq n$, עבורם המספר

$$|\{k : 1 \leq k \leq q, X_k \text{ is a suffix of } X_q\}|$$

מתחלק ב־5, כאשר X_i מסמן את הרישא $x_1x_2\cdots x_i$.

דוגמא: **עבור** $T = 00100100100100$ **התשובה היא** $\{11, 13\}$.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

ת.ז.: ______________ מס' מחברת: _____

שאלה 5

סעיף א'

יהא $G=(V,E)$ גרף מכוון ויהיו $X,Y\subseteq V$ שניים מרכיבי הקשירות החזקה שלו. ידוע כי קיימים $x\in X$ ו־$y\in Y$ עבורם $(x,y)\in E$ קשת מכוונת בגרף.
האם ייתכן כי בהרצת DFS על G הצומת בעל זמן סיום מירבי (קרי, ערך f מירבי) יהיה צומת השייך ל־Y? תאר/י דוגמא מתאימה או הוכח/הוכיחי שלא ניתן.

תשובה: כן / לא (יש להקיף בעיגול)

דוגמא/הוכחה:

סעיף ב'

האם האלגוריתם הבא מוצא רכיבי קשירות חזקה בגרף מכוון $G=(V,E)$? הוכח/הוכיחי או תאר/י דוגמא נגדית.

אלגוריתם 1

---

1. נריץ DFS על G.
2. נריץ DFS נוסף על G כשבוחרים צמתים לפי סדר <u>עולה</u> של ערכי f (קרי, זמני סיום) משלב 1.
3. נחזיר כל עץ ביער ה־DFS של שלב 2 כרכיב קשירות חזקה.

תשובה: כן / לא (יש להקיף בעיגול)

דוגמא/הוכחה: