

מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' תשס"ז, מועד ב'

תאריך: 15.10.07

מרצים: נוגה אלון ומיכה שריר

מתרגלים: סבטלנה אולונצקי ודן פלדמן

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- התשובה לכל שאלה מורכבת משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות שמתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת אז הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

שאלה 1

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$, המיוצג ע"י רשימות שכנות.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר, המוצא קבוצת צמתים לא ריקה $U \subseteq V$ מגודל מינימלי אפשרי, כך

שאינן שום קשת מכוונת היוצאת מצומת של U לצומת שאינו ב- U .

יעילות:	
אלגוריתם:	הסבר:

שאלה 2

יהא $G=(V, E)$ גרף לא מכוון מיוצג ע"י רשימות שכנות, עם משקל שלם $1 \leq w(e) \leq |E|$ לכל קשת $e \in E$, כך שאין אף זוג קשתות בעלות אותו משקל.

קשת נקראת כבדה אם היא בעלת משקל מקסימלי במעגל פשוט כלשהו ב- G .
תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את כל הקשתות הכבדות בגרף.

יעילות:	
	אלגוריתם:
	הסבר:

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות עם משקל שלם $w(e)$ (חיובי או שלילי) לכל קשת $e \in E$. נתון שאין ב- G מעגל שלילי.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא לכל צומת $v \in V$ את המשקל הקטן ביותר של מסילה מכוונת (בעלת מספר קשתות כלשהו) המתחילה ב- v .

יעילות:	
	אלגוריתם:
	הסבר:

שאלה 4

נתון גרף לא מכוון דו-צדדי $G=(V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות.
תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא ב- G תת-גרף בעל מספר מירבי של קשתות, שבו לכל
קודקוד דרגה לכל היותר 3.

יעילות:	
אלגוריתם:	הסבר:

שאלה 5

נתונה קבוצה של n מספרים שלמים $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n \leq 2n$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש חלוקה של $I = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ לשלוש קבוצות זרות בזוגות I_1, I_2, I_3 :

$$I_1 \cap I_2 = I_1 \cap I_3 = I_2 \cap I_3 = \emptyset, \quad I_1 \cup I_2 \cup I_3 = I$$

$$\sum_{a_i \in I_1} a_i = \sum_{a_i \in I_2} a_i = \sum_{a_i \in I_3} a_i \quad \text{כך ש,}$$

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 6

נתונה מחרוזת T של n תווים ותבנית P של m תווים, $|T|=n$, $|P|=m < n$.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר הבודק האם קיים k שלם כך ש-

$$T = P_{i_1} P_{i_2} \dots P_{i_k}$$

כאשר כל P_{i_j} הוא רישא של P , ואם קיים k כזה הוא מוצא את ה- k הקטן ביותר עבורו זה מתקיים.

יעילות:	
אלגוריתם:	הסבר: