מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' תשס"ז, מועד ב'

תאריך: 15.10.07

מרצים: נוגה אלון ומיכה שריר

מתרגלים : סבטלנה אולונצקי ודן פלדמן

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- התשובה לכל שאלה מורכבת משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות שמתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת אז הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

שאלה 1

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$, המיוצג ע"י רשימות שכנות.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר, המוצא קבוצת צמתים לא ריקה $U \subseteq V$ מגודל מינימלי אפשרי, כך שאין שום קשת מכוונת היוצאת מצומת של U לצומת שאינו ב-U.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 2

יהא $G=(V, E)$ גרף לא מכוון מיוצג ע"י רשימות שכנות, עם משקל שלם $1\leq w(e) \leq |E|$ לכל קשת $e\in E$, כך שאין אף זוג קשתות בעלות אותו משקל.

קשת נקראת כבדה אם היא בעלת משקל מקסימלי במעגל פשוט כלשהו ב-G.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את כל הקשתות הכבדות בגרף.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע״י רשימות שכנות עם משקל שלם $w(e)$ (חיובי או שלילי) לכל קשת $e\in E$. נתון שאין ב-G מעגל שלילי.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא לכל צומת $v\in V$ את המשקל הקטן ביותר של מסילה מכוונת (בעלת מספר קשתות כלשהו) המתחילה ב-v.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 4

נתון גרף לא מכוון דו-צדדי $G=(V, E)$ המיוצג ע״י רשימות שכנות.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא ב-G תת-גרף בעל מספר מירבי של קשתות, שבו לכל קודקוד דרגה לכל היותר 3.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 5

נתונה קבוצה של n מספרים שלמים $1\leq a_1<a_2<\ldots< a_n\leq 2n$.
תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש חלוקה של $I=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ לשלוש קבוצות זרות בזוגות I_1, I_2, I_3:

$$I_1\cap I_2=I_1\cap I_3=I_2\cap I_3=\emptyset,\quad I_1\cup I_2\cup I_3=I.$$

כך ש,
$$\sum_{a_i\in I_1} a_i=\sum_{a_i\in I_2} a_i=\sum_{a_i\in I_3} a_i.$$

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 6

נתונה מחרוזת T של n תווים ותבנית P של m תווים, $|T|=n$, $|P|=m<n$.

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר הבודק האם קיים k שלם כך ש-

$$T=P_{i_1}P_{i_2}\ldots P_{i_k}$$

כאשר כל P_{i_j} הוא רישא של P, ואם קיים k כזה הוא מוצא את <u>ה-k הקטן ביותר</u> עבורו זה מתקיים.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר: