

סנסטור ג' מוצג א' תשס"ג  
תאריך הבחינה: 25.6.2003

בחנה במקום לתת-בית סטובסטיים  
עם פתרון: ברוב מאיר סמירובינסקי

משק הבחינה: 3 שעות.  
אסור השימוש בכל חומר חיצוני.  
צנה על כל הפאסות. סק כל הנקודות הוא 112.  
הצוגר  $M$  נקודות יקרא ציון  $\{N, 100\}$  מחומר.  
נמק את תשובותיך. תשובות לא מלאות עלולות לא לעבוד הניקוז.

שאלה 1 (24 נקודות)

נתונה מטריצת מעבר של ששת מחלקים עם 6 מצבים:  
שניים מאגרי המטריצה תלויים בפרמטר  $a$ ,  $0 \leq a \leq 1$ .

	1	2	3	4	5	6
1	0.2	0.5	0	0	0.2	0.1
2	0	0	$a$	$1-a$	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0.2	0	0	0	0	0.8

- (8) א. עבור כל  $a$ ,  $0 \leq a \leq 1$  מין את מצבי הפיכה.  
 (8) ב. עבור כל  $a$ ,  $0 \leq a \leq 1$  מצא את המחזור של כל מצבי נשע.  
 (8) ג. קבע עבור כל  $a$ ,  $0 \leq a \leq 1$  אילו מצבים  $i$  קיים הלקוח.  
 ו  $P_{ij}^{(h)}$  מול  $h \rightarrow \infty$ .

שאלה 2 (16 נקודות)

הכל את  $\mathbb{Z}$  משני הסעיפים  $\mathbb{Z}$  ו- $\mathbb{Z}$ , הפא  $\mathbb{Z}$  קיימת שמת  
מקובל הפסוק המתאר. אם קיימת כזאת, עליך לתת דוגמה  
לשורת מסוג זה ואם לא קיימת, עליך לטעון זאת.  
השני הסעיפים מותר להשתמש עם כל טענה שבכתב שהינך  
או בתרגילים.

(8) א. שמת שבה מספר אינסופי של מצבים חופפים וגם מספר  
אינסופי של מצבים שנים אבס וגם מספר אינסופי של  
מצבים שנים חלופית.

(8) ג. שמת שבה מספר אינסופי של מצבים חופפים וגם חמישה  
מצבים שנים אבס וגם חמישה מצבים שנים חלופית.

שאלה 3 (26 נקודות)

סתגרת שרות עם שרת אחד משיעים זכוכים בצד בואנו עם  
ברטור  $1 = \mu$ , כאשר זכוכ משיע ודתמו  $\mu = 2$  זכוכים כאלו  
זה ששרות הוא עובד וסל חוזר. זמן השרות של זכוכ  
הוא משתנה מקרי מערכי עם ברטור  $1 = \mu$ . נתבונן  
התהליך פקדון ע"י מספר זכוכים בתור.

(9) א. מצא את פונקציית הפיננטיאלית של התהליך.

(6) ג. חש את הפונקציות הסטציונריות.

(6) ד. קום מערכת של משוואות דיפרנציאליות אחידה  $P_{1,1}(z)$ .

(5) 3. אילו יחסי סטטוריה תוכל לנצל כדי לבדוק את המערכת?

(אין צורך לבדוק את המערכת)

עאלה 4 (24 נקודות)

נתון תהליך הסתעפות,  $X_n$ , מסדר פיצול/צא"ם  $Z$ , מתפלג

$P[Z=0] = P[Z=1] = 0.25$        $P[Z=2] = 0.5$

א. גובה  $X_2=2$ , מהי ההסתברות שהכמות  $X_1$  גדולה יותר? (8)

ב. גובה  $X_0=1$ , מהי ההסתברות שהכמות  $X_1$  גדולה יותר? (8)

ג. גובה  $X_0=1$ , מהי ההסתברות שהכמות  $X_{h+1}$  גדולה יותר מ- $X_h$ ? (8)

$\lim_{h \rightarrow \infty} P(X_{h+1} > X_h)$

---

עאלה 5 (22 נקודות)

תהליך  $X_1, X_2, X_3, \dots$  סדרת משתנים מקריים לרבי תלויים

התפלגות אחידה בקטע  $[0, 1]$

תהליך  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$  סדרת משתנים מקריים

המשותפים  $Y_n = X_n \cdot X_{n+1}$

א. האם קיימים אינסוף  $X_n$ , המקיימים  $X_n < \frac{1}{n}$ ? (8)

ב. האם קיימים אינסוף  $X_n$ , המקיימים  $X_n < \frac{1}{n^2}$ ? (8)

ג. האם קיימים אינסוף  $Y_n$ , המקיימים  $Y_n < \frac{1}{8 \cdot n}$ ? (6)

---

קבוצת תשובות!!