

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 9

שאלה 1

תנו דוגמא לשרשרת מרקוב בזמן רציף בת מספר בן מניה של מצבים, בה קיימים מצבים שכאשר מתחילים בהם, התפלגות הזמן עד הקפיצה השניה היא סכום של שני משתנים מקריים מעריכיים ב"ת שוויו התפלגות, קיימים מצבים שכאשר מתחילים בהם, התפלגות הזמן עד הקפיצה השניה היא סכום של משתנים מקריים מעריכיים ב"ת שוני פרמטר וקיימים מצבים שכאשר מתחילים בהם, התפלגות הזמן עד הקפיצה השניה אינה שווה לסכום של שני משתנים מקריים מעריכיים.

שאלה 2

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

האם התפלגות הזמן שעובר מתחילת התהליך ועד זמן הקפיצה העשירית תלויה בזהות המצב ההתחלתי?

שאלה 3

לתחנת שרות מגיעים צרכנים רק בזוגות, אך כל צרכן משורת בנפרד. הזוגות מגיעות בזרם פואסוני בעל קצב λ . בתחנה אין סוף שרתים שזמני השרות שלהם הם בלתי תלויים ומתפלגים כל אחד $\exp(1)$. כך, כל צרכן המגיע לתחנה מתקבל מיידית לשירות על-ידי אחד השרתים. מצאו את היוצר האינפיניטיסימלי של השרשרת המבטאת את המספר הכולל של צרכנים שבמערכת.

שאלה 4

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- א. מצאו את ההתפלגות הסטציונרית של השרשרת.
- ב. מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת בזמן בדיד המתאימה לתהליך הנתון בזמני הקפיצה שלו.
- ג. מהי ההתפלגות הגבולית של השרשרת בסעיף ב'?
- ד. מהי הסיבה להבדל בין התשובה בסעיף א' לבין התשובה בסעיף ג'?
- ה. מצאו יוצר אינפיניטיסימלי של שרשרת מרקוב בת 3 מצבים שאילו היינו שואלים לגביו את השאלות שבסעיפים הקודמים, היו התשובות בסעיפים א' ו ג' זהות.

המשך בעמוד הבא

שאלה 5

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

מצאו שתי הצגות שונות של התהליך באמצעות טור של מטריצות עם שיעון פואסוני.
