

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 11

שאלה 1

שאלה זו עוסקת בתהליך לידה ומוות $X(t)$ בו קצב הלידה הוא קבוע λ וקצבי המוות ממצב i הם $i\mu$ (זאת אומרת, קצב מוות הפרופורציונלי לגודל האוכלוסיה). מצאו את $E(X(t))$ בהינתן $X(0) = 1$.

שאלה 2

החל מזמן אפס, מגיעים לקוחות לתחנת שרות בזרם פואסוני בעל עצמה ממוצעת $\lambda = 1$ ליחידת זמן. בתחנה יש שרת אחד היכול לשרת ברגע נתון לכל היותר לקוח אחד. בתחנה יש אינסוף מקומות המתנה. לקוח המגיע כאשר השרת עסוק מצטרף לתור הממתינים. $\mu(t)$ הוא משתנה מקרי המקבל ערכים טבעיים. עבור כל k טבעי, כאשר $\mu(t) = k$ אז שרות של לקוח מסתיים בפרק זמן באורך h בהסתברות $kh + o(h)$. ברגע נתון t , $\mu(t)$ שווה למספר המכסימלי של לקוחות שהיו בו זמנית בתחנה עד זמן t . שימו לב ש $\mu(t)$ לעולם אינו יורד, שהשרת יכול להעשות זריז יותר בממוצע, שכל שרות שניתן בפרק הזמן בין הרגע הראשון שהיו בו זמנית בתחנה n לקוחות לרגע הראשון שהיו בה בו זמנית $n + 1$ לקוחות ניתן בקצב n , ושקצבי השרות יכולים להשתנות במהלך שרות של לקוח. יהי $X(t)$ - מספר הלקוחות שבתחנה בזמן t .

- א. האם אוסף המשתנים המקריים $X(t)$ הוא שרשרת מרקוב בזמן רציף? אם כן, אז מצאו את היוצר האינפיניטיסימלי של שרשרת זו. אם לא, אז נמקו זאת.
- ב. האם אוסף המשתנים המקריים הדו מימדיים $(X(t), \mu(t))$ הוא שרשרת מרקוב בזמן רציף? אם כן, אז מצאו את היוצר האינפיניטיסימלי של שרשרת זו. אם לא, אז נמקו זאת.
- ג. האם מתקיים $\lim_{t \rightarrow \infty} P(X(t) = 0) = 1$?
- ד. האם מספר הפעמים שמספר הלוקחות שבתחנה יעלה מאחד לשניים הוא סופי?
-