

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 1

### שאלה 1

ישנם שני כדים וארבעה כדורים. בכל שלב יש חלוקה נתונה של הכדורים בין התאים. בתום כל שלב נבחר כדור אקראי ומועבר כד. יתר הכדורים נשארים באותו כד. מצאו את מטריצת המעבר של שרשרת מרקוב המתארת את התהליך.

### שאלה 2 ( מבחינה משנת 2,006 )

על צדו האחד של מטבע הוגן כתובה הספרה 0 ועל צדו האחר כתובה הספרה 1. מבצעים סדרה אינסופית של הטלות בלתי תלויות של מטבע זה. עבור כל  $1 \leq n < \infty$  יהי  $X_n$  שווה לתוצאת ההטלה ה- $n$ -ית, יהי  $Y_n$  שווה לתוצאת ההטלה ה- $n+3$ , יהי  $Z_n$  שווה ל  $X_n + Y_n$ .

א. האם הסדרה  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  היא שרשרת מרקוב? אם כן, אז מצאו את מטריצת המעבר שלה ואם לא אז נמקו זאת.

ב. האם הסדרה  $\{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$  היא שרשרת מרקוב?

ג. האם הסדרה  $\{Z_n\}_{n=1}^{\infty}$  היא שרשרת מרקוב?

### שאלה 3

למכונה שני רכיבים. לרכיב הראשון אורך חיים המתפלג  $G(0.5)$  ולרכיב השני אורך חיים המתפלג  $G(0.8)$ . אורכי החיים של שני הרכיבים השונים הם בלתי תלויים. נגדיר תהליך סטוכסטי בעל קבוצת המצבים  $\{0,1,2\}$  המייצגים את מספר הרכיבים התקינים בזמן נתון. האם התהליך הזה הוא שרשרת מרקוב? נמקו את תשובתכם.

### שאלה 4

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב המצבים  $\{1,2,\dots,8\}$  ומטריצת מעבר

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0.6	0.2	0	0	0	0.2	0	0
3	0	0	0.3	0	0.7	0	0	0
4	0.5	0	0	0.5	0	0	0	0
5	0	0	0.5	0	0.5	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
8	0.5	0.5	0	0	0	0	0	0

מיינו מצבי השרשרת ( למצבים חולפים ונשנים ולמחלקות קשירות של נשנים ).