

אוניברסיטת תל אביב
הפקולטה להנדסה

14 יולי 2004

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות להנדסת חשמל ואלקטרוניקה

בחינת מועד א', סמסטר ב' תשס"ד

מרב שומרוני

ענה על כל השאלות.

השימוש מותר במחשבון, שלושה דפי עזר, ובלוחות סטטיסטיים בלבד;
יש לנמק ולהסביר את התשובות, תשובה ללא הנמקות אינה נחשבת...
משך הבחינה שעתיים וחצי.

התאחדות

שאלה 1

במועצת המנהלים של חברת "ישראלוף" 5 חברים. פגישת המועצה נקבעת תמיד לשעה 9:00, אולם כל אחד מחברי המועצה מגיע באיחור מקרי שמתפלג מעריכית עם איחור ממוצע של 10 דקות. הישיבה מתחילה ברגע שכולם נמצאים. ברגע שמגיע ראשון המשתתפים מוגש "כיבוד".

א. חשב את הסתברויות המאורעות הבאים :

- A - יורם יגיע לישיבה באיחור שבין 10 ל- 15 דקות.
- B - הישיבה תתחיל לפני 9:15.
- C - הכיבוד יוגש אחרי 9:10.

ב. מהי ההסתברות שבמהלך השנה שעברה (36 ישיבות) האיחור המצטבר של יורם עלה על 5 שעות (חישוב מקורב).

ג. מה ההסתברות שבמהלך השנה שעברה (בה נערכו 36 ישיבות) לפחות 20 ישיבות התחילו לפני 9:15? (חישוב מקורב)

ד. האם משך הזמן W (מ- 9:00) עד מועד הגשת הכיבוד הוא משתנה מקרי בעל תכונת חוסר זכרון. (נתח והסבר).

שאלה 2

בטקס סיום קורס טיס העיפו n בוגרים את כובעם באויר ותפסו בחזרה כל אחד כובע מקרי.

א. מהי תוחלת מספר הבוגרים X שתפסו חזרה את כובעם הנכון.

ב. עבור $n=4$ חשב הסתברות המאורעות הבאים :
A - רק יוסי תפס את כובעו

- B - לפחות שלושה מהבוגרים תפסו את כובעם
- C - בדיוק אחד מהבוגרים תפס את כובעו
- D - יוסי ודני תפסו את כובעם.

ג. עבור $n=4$ חשב את שונות X . (לחישוב עבור n כללי ינתן בונוס)

שאלה 3

מספר הקונים בשעה N , הוא בעל התפלגות גאומטרית עם תוחלת 3. כל אחד מהקונים, קונה בסכום בעל התפלגות מעריכית X , עם תוחלת 100 שקלים. הקונים בלתי תלויים זה בזה.

- א. חשב את התוחלת של סכום כל הקניות בשעה, Y .
- ב. מצא חסם עליון עבור ההסתברות שסכום הקניות בשעה גדול מ-1000 שקלים.
- ג. מה ניתן לומר על התשובות לסעיפים א ו-ב, אם מספר הקונים בשעה היה משתנה פואסוני עם תוחלת 3, וסכומי הקניות היו משתנים אחידים רציפים ב"ת בתחום 50 עד 150 שקלים?

סעיף בונוס: מצא פונקציה יוצרת מומנטים של סכום כל הקניות בשעה Y . מהי התפלגותו?

שאלה 4

נתונה פונקציית הצפיפות המשותפת של המשתנים המקריים X ו- Y :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ce^{-(\lambda x + \mu y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

- א. מהו c .
- ב. מהן הצפיפויות השוליות של X ושל Y .
- ג. מהן התוחלות של X ושל Y .
- ד. האם X ו- Y תלויים?
- ה. חשב $P(X < Y)$, $P(X = Y)$.
- ו. מהו מקדם המתאם בין X ל- Y ?