

מספר ת"ז: _____

מספר נבחן: _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשס"ט, מועד ב' 11/09/09

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.
משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: _____

מספר תשובות שגויות: _____

ציון: _____

שאלה 1

מסדרים באקראי בשורה את הספרות $\{2,2,4,4,0,0,0,0\}$ כך שמתקבל קוד באורך 8. מה תוחלת מספר ההופעות של הרצף $\{2,0,0,4\}$ בקוד שהתקבל (דרוש דיוק של עד 2 ספרות אחר הנקודה)?

(א) 0.03 .

(ב) 0.14 .

(ג) 0.29 .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 2

יהיו X, Y מ"מ ב"ת, כאשר $X, Y \square Bin(n, p)$. ההתפלגות המותנה של X בהינתן $X + Y = t$ היא:

(א) בינומית.

(ב) גיאומטרית.

(ג) היפרגאומטרית.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 3

X הוא משתנה מקרי המתפלג נורמלי עם ממוצע 0 וסטית תקן σ . ההסתברות לקבל $|X| \leq 2\sigma$ היא:

(א) $\phi(2)$.

(ב) $1 - \phi(2)$.

(ג) $2\phi(2) - 1$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 4

X הוא מ"מ רציף המתפלג באופן אחיד בתחום $[0,1]$. נתון המשתנה המקרי $Y = g(X)$ כאשר:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1/3 \\ 2, & x > 1/3 \end{cases}$$

התוחלת של $Y - X$ היא:

(א) $17/12$.

(ב) $7/6$.

(ג) $5/3$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 5

200 כדורים, מהם 100 לבנים ו-100 שחורים, מחולקים באקראי ל-100 ילדים, שני כדורים לכל ילד. יהי X מספר הילדים להם שני כדורים לבנים, ויהי Y מספר הילדים להם כדור אחד לבן וכדור אחד שחור. התוחלת של X .

(א) בין 24 ל-25.

(ב) פחות מ-24.

(ג) יותר מ-25 אך פחות מ-30.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

בהמשך לשאלה 5, מקדם המתאם בין X לבין Y הינו:

(א) -1.

(ב) שלילי אך גדול מ-1.

(ג) 0.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

יהיו X_1, X_2, X_3, X_4 ארבעה מ"מ ב"ת, שלכולם שונות σ^2 . נתון כי $Y_1 = X_1 + X_2 + X_3$ ואילו $Y_2 = X_2 + X_3 + X_4$. ה- $Cov(Y_1, Y_2)$ הוא:

(א) 0.

(ב) זה תלוי גם בתוחלת.

(ג) $2\sigma^2$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

נתונים שלושה מאורעות A, B, C בעלי הסתברויות 0.2, 0.25, 0.5 בהתאמה. יהי N מספר המאורעות המתרחשים מבין השלושה. ידוע שהמאורעות בלתי תלויים בשלושת (אך לא ידוע אם הם מקיימים אי תלות כללית). התחום בו $E(N)$ נמצא הוא:

(א) בין 1 ל-1.5.

(ב) בין 0.5 ל-1.

(ג) לא ניתן לדעת.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 9

בהמשך לשאלה 7, חשב את $Var[N]$.

(א) 0.6475.

(ב) 0.5975.

(ג) לא ניתן לדעת.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ X נתונה ע"י

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1 - x^{-a} & x \geq 1 \end{cases}$$

כאשר a קבוע חיובי. נגדיר $Y = \ln(X)$. Y מתפלג:

(א) $N(a, 1)$.

(ב) $\exp(1/a)$.

(ג) $\exp(a)$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 11

נתון זוג מ"מ X, Y כך ש- $E[Y | X = a] = 2 - a$ לכל $P(X = a) > 0$. ידוע ש- X מ"מ בדיד.

אם $E[Y] = 5$ אזי $E[X]$ היא:

(א) -3.

(ב) 0.

(ג) -1.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 12

$X, Y \square U(0, 1)$, אילו מהטענות הבאות נכונה?

(א) תמיד $E\left(\frac{Y}{X}\right) = 1$.

ב) יתכן כי $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ סופי רק אם X ו- Y בעלי מתאם חיובי.

ג) בכל מקרה $E\left(\frac{Y}{X}\right) = \infty$.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 13

מספר הסטודנטים, X_k , המאחרים ב- k דקות ($k = 1, 2, \dots, 9$) לשיעור מתפלג פואסוני עם פרמטר 2. המשתנים בלתי תלויים. סטודנט המאחר עד 8 דקות, נקנס ב-10 ₪, ואילו סטודנט המאחר ב-9 דקות נקנס ב-20 ₪. מה תוחלת הקנס הכולל של כל הסטודנטים?

א) 200 ₪.

ב) 220 ₪.

ג) 240 ₪.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

בהמשך לשאלה 1, חשב את השונות של הקנס הכולל של כל הסטודנטים?

א) 2400.

ב) 2600.

ג) 50.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 15

מסעדת "יצאת שבע" החליטה להכין שולחן מנגל שיכנס לספר השיאים של גינס. לשם כך, נשלחו 1000 הזמנות. להערכות המארגנים, ההסתברות כי מוזמן כלשהו יגיע היא $\frac{3}{4}$ בלא תלות במוזמנים האחרים.

כמה סטייקים יש להכין לכל הפחות, על מנת שבסיכוי 0.95 יהיה סטייק לכל משתתף?

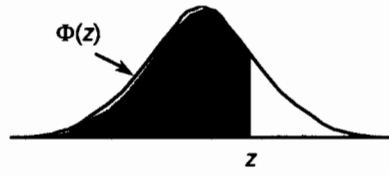
א) בין 711 ל-715 סטייקים.

ב) בין 748 ל-752 סטייקים.

ג) בין 771 ל-775 סטייקים.

ד) אף אחד מהנ"ל.

טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995