

מספר ת"ז: _____

מספר נבחן: _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשס"ח, מועד א' - נוסף 20/03/09

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.
- משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: _____

מספר תשובות שגויות: _____

ציון: _____

שאלה 1

כספת נפתחת ע"י צירוף מספרים. לפתיחה דרושים 8 מספרים שלמים שונים בין 1 ל- 90 שניתן להכניס בכל סדר. המערכת מאפשרת להכניס 10 מספרים שונים בין 1 ל- 90, והיא תיפתח אם 8 מתוכם הם המספרים הנכונים. מה הסיכוי לפתוח את הכספת ניסיון יחיד?

(א) $\frac{\binom{82}{2}}{\binom{90}{10}}$

(ב) $\frac{\binom{82}{2}}{\binom{90}{8}}$

(ג) $\frac{90}{\binom{90}{8}}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 2

תהי S קבוצה בת 4 איברים שונים. מבין כל תתי-הקבוצות של S (כולל הקבוצה הריקה), נבחרת באקראי קבוצה A . נגדיר $X = |A|$. חשב את $E[X]$.

(א) 1.

(ב) 2.

(ג) 2.5.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 3

בהמשך לשאלה 2, חשב את $Var[X]$.

(א) 1.

(ב) 2.

(ג) 3.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 4

סר לנסלוט וסר גלהאד מנהלים זו קרב בצורה הבאה: סר לנסלוט מתחיל בדו הקרב. כל אביר בתורו מנסה לדקור את יריבו, עד שאחד האבירים נדקר. בניסיון בודד לסר לנסלוט יש סיכוי של 0.7 לדקור את יריבו בהצלחה, ואילו לסר גלהאד 0.8. מה הסיכוי כי סר לנסלוט ינצח (בדיוק של 2 ספרות אחר הנקודה)?

(א) 0.47.

(ב) 0.70.

(ג) 0.74.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 5

מבחן מורכב מ-27 שאלות. לכל שאלה יש 4 תשובות, מהן אחת נכונה. בחירה נכונה מזכה ב-3 נקודות, ובחירה שגויה מורידה נקודה (בחירה של שתי תשובות כמוה כבחירה שגויה). לאה יודעת לענות נכון על 18 מן השאלות בוודאות, ואלו בתשע האחרות היא יודעת להוריד מן הפרק בוודאות אחת מארבע האפשרויות, כך שהיא מנחשת באקראי אחת מתוך 3 תשובות. השאלות והתשובות ב"ת זו בזו. תוחלת הציון של לאה הוא:

(א) 58.5.

(ב) 57.

(ג) 60.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

בהמשך לשאלה 5, שונות הציון של לאה הוא:

(א) 32.

(ב) 2.

(ג) בין 5 ל-15.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

יהי X מ"מ בדיד היכול לקבל בסיכוי חיובי רק אחד משני הערכים a או b , כלומר $P(X = a) + P(X = b) = 1$. איזו מהטענות הבאות נכונה?

(א) $Var(X) \leq \frac{(b-a)^2}{4}$, אך לא קיים משתנה עבורו $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{4}$.

(ב) קיים משתנה מקרי כאמור, עבורו $Var(X) > \frac{(b-a)^2}{4}$.

(ג) $Var(X) \leq \frac{(b-a)^2}{4}$, וקיים משתנה עבורו $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{4}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

נתונים שלושה מאורעות A, B, C בעלי הסתברויות $0.5, 0.25$ ו- 0.2 בהתאמה. יהי N מספר המאורעות המתרחשים מבין השלושה. חשב את $E[N]$, בהינתן כי A, B, C זרים בזוגות.

(א) 0.75 .

(ב) 1 .

(ג) 0.95 .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 9

בהמשך לשאלה 8, חשב את $Var[N]$.

(א) 0.5 .

(ב) 0.1875 .

(ג) 0.2275 .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

נניח כי X_1, \dots, X_{100} הם משתנים מקריים בלתי תלויים, המפולגים מעריכית (אקספוננציאלית) עם פרמטר 2. ההסתברות $P(X_1 + \dots + X_{100} > 60 | X_1 > 7)$ היא בקירוב:

(א) $1 - \phi(2)$ (ע"פ משפט הגבול המרכזי).

(ב) $1 - \phi(0.6)$ (ע"פ משפט הגבול המרכזי).

(ג) לא ניתן להשתמש במשפט הגבול המרכזי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 11

X ו- Y משתנים מקריים בלתי תלויים. X הוא משתנה מקרי מעריכי עם תוחלת 1, ואילו Y הוא

משתנה מקרי מעריכי עם תוחלת $\frac{1}{2}$. $P(X < Y)$ שווה ל:

(א) $\frac{1}{3}$.

(ב) $\frac{3}{4}$.

(ג) $\frac{1}{4}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 12

יהיו X ו- Y משתנים מקריים המפולגים כל אחד אחיד בקטע $(0,1)$. מהו $P(X^2 > Y)$?

(א) אם הם בלתי תלויים אז $\frac{1}{2}$.

(ב) אם הם בלתי תלויים אז $\frac{1}{3}$.

(ג) בין אם הם תלויים ובין אם הם בלתי תלויים. $\frac{1}{6}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 13

נתון מקל באורך 1 מטר. שוכרים באקראי מקל באורך 1 מטר ל-3 חלקים (כל אחת משתי נקודות השבירה נבחרת באקראי, בלי תלות בנקודה האחרת). מה הסיכוי כי החלק הארוך מבין השלושה, יהיה ארוך מסכום שני החלקים הקצרים.

(א) $\frac{1}{2}$.

(ב) גדול מ- $\frac{1}{2}$ אך קטן מ- $\frac{2}{3}$.

(ג) גדול מ- $\frac{1}{3}$ אך קטן מ- $\frac{1}{2}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

לכל n טבעי, מוגדרים שני משתנים ב"ת X_n ו- Y_n , אשר כל אחד מפולג $Bin\left(n, \frac{1}{2}\right)$, אזי גבול

הביטוי $\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n - Y_n < \sqrt{n})$ שווה ל:

(א) בין 0.90 ל- 0.93.

(ב) מעל 0.95.

(ג) לא ניתן להשתמש במשפט הגבול המרכזי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 15

X הינו משתנה מקרי המפולג מעריכית עם תוחלת 1. נסמן ע"י $\lfloor X \rfloor$ את הערך השלם התחתון של X .

כיצד מתפלג $\lfloor X \rfloor + 1$?

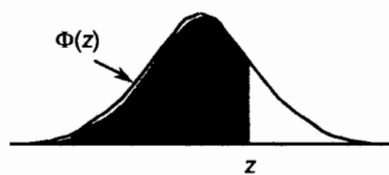
(א) פואסונית.

(ב) בינומי שלילי.

(ג) גיאומטרית.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995