

מספר ת"ז: _____ מספר נבחן: _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשס"ח, מועד ב'

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.
- משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: _____ מספר תשובות שגויות: _____

ציון: _____

שאלה 1

בתוך אחת מ-7 מגירות נמצא מטבע. דנה מחפשת אחר המטבע, ע"י שבוחרת באקראי מגירה מבין המגירות בהן טרם חיפשה. הסיכוי כי דנה תמצא את המטבע בדיוק בניסיון ה- k , עבור $2 \leq k \leq 6$.

(א) זהה לסיכוי כי דנה תמצא את המטבע בדיוק בניסיון ה- $k-1$, לכל $2 \leq k \leq 7$.

(ב) קטן מהסיכוי כי דנה תמצא את המטבע בדיוק בניסיון ה- $k-1$, לכל $2 \leq k \leq 7$.

(ג) גדול מהסיכוי כי דנה תמצא את המטבע בדיוק בניסיון ה- $k-1$, לכל $2 \leq k \leq 7$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 2

משקל עוגה הוא משתנה מקרי עם תוחלת 500 גרם וסטיית תקן 10 גרם. בבית הקפה מחלקים את העוגה ל-5 פרוסות שוות בגודלן, ומוסיפים לכל פרוסה דובדבן שמשקלו 5 גרם בדיוק, וקצפת שמשקלה הוא משתנה מקרי עם תוחלת 10 גרם וסטיית תקן 2 גרם.

מה תוחלת משקל פרוסת עוגה הכוללת דובדבן וקצפת?

(א) 110.

(ב) 115.

(ג) הנתונים בשאלה אינם מספיקים על מנת לקבוע ערך זה.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 3

בהמשך לשאלה 2, מה סטיית התקן של משקל פרוסת עוגה הכוללת דובדבן וקצפת?

(א) $\sqrt{8}$.

(ב) $\sqrt{24}$.

(ג) הנתונים בשאלה אינם מספיקים על מנת לקבוע ערך זה.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 4

אורך זקן של תיש הוא משתנה מעריכי עם פרמטר $\lambda_1 = 0.25$ לתיש לבן, ו- $\lambda_2 = 0.125$ לתיש שחור. תיישים לבנים הם נדירים ומהווים 10% מאוכלוסיית התיישים. בוחרים תיש כלשהו באקראי מה הסיכוי כי אורך זקנו בין 1 ל-4 ס"מ.

(א) 0.64.

(ב) 0.41.

(ג) 0.29.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 5

מטילים קובייה הוגנת. בוחרים באופן מקרי מספר שלם Y בין 1 לתוצאה שהתקבלה בהטלת הקובייה. התוחלת של Y היא :

(א) $\frac{5}{2}$.

(ב) $\frac{7}{4}$.

(ג) $\frac{9}{4}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

בקזינו של "גן אפרוח" יש מטבע הוגן שעל צידיו רשומים המספרים 0 ו-1, סביבון הוגן שעליו המספרים 0,1,2,3 וקוביית שש-בש הוגנת. יונתן הקטן בוחר משחק מקרי ומשחק בו פעם אחת. מה הסיכוי שיונתן הטיל מטבע, בהינתן כי התקבלה התוצאה 1 ?

(א) $\frac{6}{11}$.

(ב) $\frac{1}{3}$.

(ג) $\frac{7}{11}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

200 כדורים מהם 100 לבנים ו-100 שחורים מחולקים באופן מקרי ל-100 ילדים. 2 כדורים לכל ילד. נסמן ע"י X את מספר הילדים שקיבלו שני כדורים מאותו הצבע, וב- Y את מספר הילדים שקיבלו כדורים בצבעים שונים. אזי מקדם המתאם בין X ל- Y .

(א) -1

(ב) שלילי אך גדול מ-1.

(ג) אפס.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

בכל אריזת דגנים יש בול אחד מתוך סדרה הכוללת 10 בולים אפשריים. בכל אריזה קיים סיכוי שווה לכל אחד מן הבולים. מה ההתפלגות של מספר האריזות שיש לרכוש עד אשר יהיו בידי הרוכש כל הבולים בסדרה?

(א) פואסונית.

(ב) בינומי שלילי.

(ג) גיאומטרית.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 9

בהמשך לשאלה 8, מה תוחלת מספר האריזות שיש לרכוש עד אשר יהיו בידי הרוכש כל הבולים בסדרה?

(א) בין 28 ל-30.

(ב) בין 20 ל-22.

(ג) $40 \leq$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

בהמשך לשאלה 8, אדם קונה k אריזות מה תוחלת מספר הבולים השונים שבידיו?

(א) $\frac{k}{10}$.

(ב) $10\left(\frac{9}{10}\right)^k$.

(ג) $10\left(1 - \left(\frac{9}{10}\right)^k\right)$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 11

נבחרות 100 נקודות באופן מקרי ובלתי תלוי זה בזה בקטע $[0,1]$. תהא X הנקודה הימנית ביותר. חשב

את $E[X]$.

(א) 1.

(ב) $\frac{100}{101}$.

(ג) $\frac{1}{2}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 12

בהמשך לשאלה 11, מה הסיכוי כי מתוך 100 הנקודות שנבחרו, לפחות 40 נבחרו בקטע $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

(א) 0.66 בקירוב.

(ב) 0.4 בקירוב.

ג) 0.98 בקירוב.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 13

A ו-B מאורעות ו- $A \subseteq B$. נתון כי $P(A) + P(B) = 1.2$ וכן $P(B) < 1$. אזי האינדקטורים

I_A ו- I_B הם בעלי מקדם מתאם שהוא :

$$I_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in A \\ 0 & \omega \notin A \end{cases}$$

א) יתכן כי שווה ל-0.

ב) לא ניתן לקבוע, תלוי ב- $P(B \setminus A)$.

ג) בהכרח חיובי.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

X משתנה מקרי המפולג $Bin(5, \frac{1}{4})$. חשב את $E[2^X]$.

א) 3.

ב) $2^{\frac{5}{4}}$.

ג) $(\frac{5}{4})^5$.

ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 15

X_1, \dots, X_{100} משתנים מקריים בלתי תלויים המפולגים כל אחד $\exp(\lambda)$. מצא חסם תחתון לסיכוי כי

הסטייה בין הממוצע המדגמי $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100}$ ל- $\frac{1}{\lambda}$ תהא קטנה מ-0.1 (לכל λ אפשרי).

א) $1 - \frac{1}{\lambda^2}$.

ב) $1 - \frac{100}{\lambda^2}$.

ג) $\frac{1}{\lambda^2}$.

ד) אף אחד מהנ"ל.