

סמטר א' מועד א' תשע"א 26.8.2011

בחינה ב"מבוא להסתברות" (המרצה: ד"ר גלית אשכנזי-גולן)

משך הבחינה שלוש שעות

מותר להשתמש ב-3 דפי סיכומים כתובים או מודפסים (דו-צדדיים) ובמחשבון.

השאלון מורכב מ-18 שאלות. כל תשובה נכונה מזכה ב +6 נקודות וכל תשובה לא נכונה מזכה ב-2 נקודות. מותר לסמן יותר מתשובה אחת לשאלה. אם צברת S נקודות ציון $\min(S, 100)$.

יש לרשום את התשובות הסופיות לשאלות בטבלאות הבאות (מחברת הבחינה ושאר הדפים בטופס המבחן משמשים לטייטא בלבד ולא יבדקו)

בהצלחה!!

שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	
5	4	3	2	1	
					א
					ב
					ג
					ד

שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	
10	9	8	7	6	
					א
					ב
					ג
					ד

שאלה	שאלה	שאלה	
13	12	11	
			א
			ב
			ג
			ד

שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	שאלה	
18	17	16	15	14	
					א
					ב
					ג
					ד

סוגיה ראשונה

מטילים ארבעה כדורים לארבעה תאים באקראי (כך שלכל 4^4 התוצאות האפשריות אותה הסתברות). התאים ממוספרים במספרים 1 עד 4.

יהי X_i מספר הכדורים בתא i .

תא $i, i=2,3,4$ נקרא "יפה" אם $X_i \geq X_1$. יהי N - מספר התאים היפים.

שאלה 1:

התפלגות המשתנה $W = X_1 + X_2$ שייכת למשפחת ההתפלגויות:

- א. היפרגיאומטריות
- ב. הבינומיות
- ג. האחידות
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 2:

ההתפלגות המותנה של N בהנתן $X_1 = 0$ היא:

- א. היפרגיאומטרית
- ב. בינומית
- ג. אחידה
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 3:

כמה ערכים שונים מקבלת התוחלת המותנה: $E[N|X_1]$

- א. אחד
- ב. שניים
- ג. שלושה
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 4:

חשבו $P(X_1 = 1 | N=1) = ??$

- א. $1/9$
- ב. $9/16$
- ג. $3/64$
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 5:

מקדם המתאם $\rho(N, X_1)$ הוא:

- א. גדול מאפס וקטן מאחד
- ב. קטן מאפס וגדול ממינוס אחד
- ג. שווה לאפס
- ד. לא ניתן לדעת מהנתונים שיש בידינו על השאלה

סוגיה שניה

מכוניות נכנסות לצומת מצפון לפי תהליך פואסון בקצב $\lambda=3$ בשעה.

משם כל מכונית, באופן בלתי תלוי באחרות, פונה מזרחה בסיכוי שלישי או מערבה בסיכוי שני שלישים.

יהי W מספר המכוניות הנכנס מצפון בשעה 08:00 עד 09:00. יהי X מספר המכוניות הפונה מזרח באותה השעה, ויהי Y מספר המכוניות הפונות מערבה באותה השעה.

שאלה 6:

מקדם המתאם $\rho(X, Y)$ בין הוא:

- א. גדול מאפס וקטן מאחד
- ב. קטן מאפס וגדול ממינוס אחד
- ג. שווה לאפס
- ד. לא ניתן לדעת מהנתונים שיש בידינו על השאלה

שאלה 7:

חשבו $V(Y|X=5) = ?$

- א. 2
- ב. $2/3$
- ג. 3
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 8:

אם ידוע כי בשעה 08:00 עד 09:00 נכנסו בדיוק 5 מכוניות לצומת, ידוע כי בדיוק שתיים מתוכן פנו מזרחה, וכי במחצית השעה 08:00 – 08:30 נכנסו בדיוק שלוש מכוניות מצפון לצומת, אזי מספר המכוניות מתוך אלו שנכנסו במחצית השעה הראשונה שפנו מערבה מתפלג:

- א. בינומית
- ב. פואסוני
- ג. היפרגיאומטרי
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 9:

יהי W מספר המכוניות הנכנסות לצומת במשך 4 שעות. מה נכון לומר בנוגע לקביעה הבאה:
 $P(W > 20) = 3/8$

- א. לפי אי-שיוויון צ'בישב זה לא ייתכן
- ב. לפי אי שיוויון מרקוב זה לא ייתכן
- ג. לפי שני אי-השיוונים זה ייתכן בהחלט
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 10:

לפי משפט הגבול המרכזי הקירוב להסתברות שמספר המכוניות הנכנסות בצפון במשך 48 שעות יהיה בין 130 ל-150 הוא (עגלו למקום השלישי אחרי הנקודה):

- א. 0.180
- ב. 0.543
- ג. 0.812
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

סוגיה שלישית

לפנינו שלוש קוביות סימטריות (בכל אחת ההסתברויות לכל אחת מהתוצאות שווה):

- קוביה מספר 1, ולה שש פאות הממוספרות 1 עד 6
- קוביה מספר 2 ולה שמונה פאות הממוספרות 1 עד 8
- קוביה מספר 3 ולה 10 פאות הממוספרות 1 עד 10

קוביה נבחרת באקראי ומוטלת שוב ושוב 10 פעמים.

יהי X – מספר הקוביה שנבחרה, Y – מספר הפעמים שהתקבל "1" בעשר ההטלות, ו- Z – מספר הפעמים שיצאה תוצאה זוגית בעשר ההטלות.

שאלה 11:

מספר הערכים שמקבל המשתנה המקרי $E[Y|X]$ הוא:

- א. אחד
- ב. שניים
- ג. שלושה
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 12:

מספר הערכים שמקבל המשתנה המקרי $V(Z|X)$ הוא:

- א. אחד
- ב. שניים
- ג. שלושה
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 13:

חשבו $P(Y+Z < 9 | X=3)$ דייקו עד המקום השלישי אחרי הנקודה

- א. 0.994
- ב. 0.876
- ג. 0.954
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

סוגיה רביעית

בכד 100 כדורים, מתוכם X שחורים. $X \sim \text{Bin}(100, 1/2)$. דוגמים מתוך הכד מדגם של Y כדורים, Y מתפלג אחיד בין אפס ל-100. יהי Z מספר הכדורים השחורים במדגם.

שאלה 14:

מה ערכו של $E[Z]$?

- א. 24.5
- ב. 25
- ג. 25.5
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 15:

מהי התפלגות $Z|Y$

- א. אחידה
- ב. היפרגיאומטרית
- ג. בינומית
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 16:

מהי התפלגות $Z|X,Y$

- א. אחידה
- ב. היפרגיאומטרית
- ג. בינומית
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 17:

חשבו $P(Z=2|X=2)$, דייקו עד המקום השלישי אחרי הנקודה

- א. 0.564
- ב. 0.343
- ג. 0.847
- ד. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה 18:

מה הנכון:

- א. $V(X+Z) > V(X) + V(Z)$
- ב. $V(X+Z) = V(X) + V(Z)$
- ג. $V(X+Z) < V(X) + V(Z)$
- ד. לא ניתן לדעת לפי הנתונים שבשאלה