

## בחינה במבוא להסתברות - סמסטר ב', מועד א'

23.6.2015

מרצה: פרופ' אסף נחמיאס

- משך הבחינה הוא שלוש שעות.
- מותר להשתמש בשלושה דפי סיכום כתובים או מודפסים (דו צדדים) ובמחשבון ללא יכולת תכנות, ציור גרפים או תקשורת.
- השאלון מורכב מ- 15 שאלות רבות ברירה. על כל תשובה נכונה יינתנו 7 נקודות.
- יש לסמן את התשובות בטופס המצורף בלבד! מותר לסמן לכל היותר תשובה אחת לכל שאלה.
- ישנן סה"כ 105 נקודות בבחינה. אם צברת S נקודות ציוןך הוא המינימום בין S לבין 100.
- בהצלחה!

### סוגיה ראשונה

נתונים מספרים  $p, q \in (0, 1)$ . מספר הלקוחות הנכנסים לסופרמרקט הוא משתנה מקרי  $X$  בעל התפלגות גאומטרית עם פרמטר  $q$ . כל לקוח/ה שנכנס/ת קונה מוצר אחד בסיכוי  $p$  או אפס מוצרים בסיכוי  $1 - p$  באופן בלתי תלוי בשאר הלקוחות. נסמן ב-  $Y$  את מספר המוצרים שנקנו.

1. מהי תוחלת  $Y$ ?

(א)  $Xp$

(ב)  $\frac{q}{p}$

(ג)  $pq$

(ד) אף אחת מהנ"ל

2. מהי שונות  $Y$ ?

(א)  $\frac{p(1-p)}{q} + \frac{p^2(1-q)}{q^2}$

(ב)  $\frac{p^2(1-p)}{q} + \frac{p^2(1-q)}{q^2}$

(ג)  $\frac{p(1-p)}{q} + \frac{p(1-q)}{q^2}$

(ד) אף אחת מהנ"ל

3. כיצד מתנהגת השונות המשותפת של  $X$  ו-  $Y$ ?

(א) עולה ב-  $q$  ויורדת ב-  $p$

(ב) עולה ב-  $q$  ועולה ב-  $p$

(ג) יורדת ב-  $q$  ועולה ב-  $p$

(ד) יורדת ב-  $q$  ויורדת ב-  $p$

4. מהי  $E[Y | Y = X]$ ?

(א)  $\frac{p}{q}$

(ב)  $[p(1 - q)]^{-1}$

(ג)  $[1 - p(1 - q)]^{-1}$

(ד) אף אחת מהנ"ל

### סוגיה שנייה

נורית מטילה אינסוף מטבעות הוגנים (כלומר, הסיכוי של המטבע ליפול על כל אחד משני הצדדים הוא חצי) ובלתי תלויים. המטבעות מוטלים בזה אחר זה ולכל מטבע יש שני צדדים המסומנים בעץ או פלי.

5. מהי תוחלת מספר המטבעות שתטיל נורית עד שתראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך שהראשון הוא עץ והשני פלי?

(א) 2

(ב) 4

(ג) 6

(ד) אף אחת מהנ"ל

6. מה הסיכוי כי נורית תראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך ששניהם עצים לפני שתראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך שהראשון עץ והשני פלי?

(א) 0.75

(ב) 0.5

(ג) 0.25

(ד) אף אחת מהנ"ל

7. מה הסיכוי כי נורית תראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך ששניהם עצים לפני שתראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך שהראשון פלי והשני עץ?

(א) 0.75

(ב) 0.5

(ג) 0.25

(ד) אף אחת מהנ"ל

8. מהי תוחלת מספר המטבעות שתטיל נורית עד שתראה הופעת שני מטבעות עוקבים כך ששניהם עצים?

(א) 5

(ב) 6

(ג) 7

(ד) אף אחת מהנ"ל

### סוגיה שלישית

מבחן מורכב מ-27 שאלות. לכל שאלה 4 תשובות, מהן אחת נכונה. בחירה נכונה מזכה ב-3 נקודות ובחירה שגויה מורידה נקודה. על הנבחן לבחור תשובה אחת בלבד מבין ארבעת התשובות. טל בוחרת באקראי תשובה לכל שאלה, באופן בלתי תלוי בין השאלות השונות. יהי  $X$  סכום הנקודות בו זכתה טל.

9. מהי שונות  $X$ ?

(א)  $(\frac{9}{4})^2$

(ב) 17

(ג) גדולה מ-84

(ד) אף אחת מהנ"ל

10. בעזרת אי-שוויון צ'בישב אפשר להראות שהסתברות של המאורע  $|X| \geq 18$

(א) גדולה או שווה ל- $\frac{1}{16}$

(ב) קטנה או שווה ל- $\frac{1}{4}$

(ג) קטנה או שווה ל- $\frac{1}{10}$

(ד) אף אחת מהנ"ל

11. בעזרת משפט הגבול המרכזי אפשר לקבל הערכה להסתברות המאורע  $X \geq 18$

(א) פחות מאשר 0.0001

(ב) יותר מאשר 0.1

(ג) בין 0.02 ל-0.03

(ד) בין 0.05 ל-0.06

12. לאה יודעת לענות נכון על 18 מן השאלות ואלו בתשע האחרות היא יודעת לפסול אחת מארבעת האפשרויות כך שהיא מנחשת באקראי אחת מתוך שלוש. התוחלת והשונות של הציון,  $Z$ , של לאה הן:

(א)  $E[Z] = 58.5, Var(Z) = 32$

(ב)  $E[Z] = 58.5, Var(Z) = 2$

(ג)  $E[Z] = 57, Var(Z) = 32$

(ד)  $E[Z] = 57, Var(Z) = 2$

### סוגיה רביעית

נתונה קובייה תלת ממדית (כלומר, בעלת שש פאות ושמונה קודקודים). הקובייה נמצאת ב- $\mathbb{R}^3$  כך ששמונת קודקודיה הם  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ . שני קודקודים נקראים שכנים אם ורק אם הם שונים בקוארדינטה אחת בדיוק. ג'וק הולך באקראי על קודקודי הקובייה כך שבכל צעד הוא צועד מהקודקוד בו הוא נמצא לאחד משלושת הקודקודים השכנים לו. הג'וק מתחיל את הילוכו מהקודקוד  $(-1, -1, -1)$ .

13. מהי תוחלת מספר הצעדים עד שהג'וק יחזור לנקודת ההתחלה שלו?

א) 1

ב) 4

ג) 8

ד) אף אחת מהנ"ל

14. מהי תוחלת מספר הפעמים שהג'וק יבקר בקודקוד  $(1, 1, 1)$  לפני שיחזור ל- $(-1, -1, -1)$ ?

א) 1

ב) 4

ג) 8

ד) אף אחת מהנ"ל

15. מהי תוחלת מספר הצעדים שיקח לג'וק להגיע לקודקוד  $(1, 1, 1)$ ?

א) 3

ב) 6

ג) 10

ד) אף אחת מהנ"ל

## Tables of the Normal Distribution



### Probability Content from $-\infty$ to $Z$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990