

בתרון הקדמה של בינום ארר וברוב צירוסון 15/4/08

סוגיה 1

1.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$  זאת תוצאה של מטקז פוזן. נניח ש'צוז בקר שמצוקר קמטקז ה- $k$  מהפסוקה הפלשונת אל הפס'כ' פוטל  $\frac{1}{2}$ . כק סג' כס א אפשר'.

2.  $\frac{n+1}{2n}$  'צוז של מטקז מסוי'ם שפוטל קוצלות 1. אם  $\frac{1}{2}$  פוטל פוטלוצ'ה שלו אל קוצלות  $\frac{1}{2}$ . אלת  $\frac{1}{2}$  פוטל קס'כ'  $\frac{1}{2}$  של פפסוקרות פוטל  $\frac{1}{n} \cdot 1 + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2n}$

3.  $\frac{n+1}{2n}$  אם  $\frac{1}{2}$  פוטל פוטלוצ'ה של אלתו מטקז אל פפסוקרות פוטל 1. אלת פפסוקרות פוטל  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  סכ פפסוקרות פוטל  $\frac{1}{n} \cdot 1 + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2n}$

4.  $\frac{n+1}{2}$  פתולסת שולל לסכום פתולסת של פאונצ'קטור'ים, כאלל אלל אינצ'קטור 'שתולסת כולל דאלה 3.  $n \cdot \frac{n+1}{2n} = \frac{n+1}{2}$

5.  $\frac{1}{\binom{n}{k}}$  (א- $x$ ) אור ש'פ'ו א תוצלות 1 קפלט'ת פתוקר'ות. קסוקר מחדש בוקר'ים ל א פאונצ'ס'ים של פתולסת א אינצ'כ'ים כאללם. פתולסת קנצ'סת חון פוטל של קוקרה אלת מסוי'ת שפוטל של אלת אינצ'כ'ים.



לסת' מתאמים אלק תלויים  
 הם תלויים כי אם  $\rho(Z=H) \neq 1$   
 אלק בלתי תלויים  $\rho(Z=H) = 1$   
 אם  $(X=H)$  אלק קרובה  $(Z=H)$

נאות במשתנים התיקונים  $(X, Z)$   $(H-X, Z)$  הם  
 שני התפלגות כי יש מטרה לן הפצת מספר  
 עם "1" עם Z והפצת מספר ה- "0" עם Z  
 קצתם שדה האלה יש סביב 0.5 שהכללה.

עם מתקנים  
 אלק  

$$\text{Cov}(X, Z) = \text{Cov}(H-X, Z)$$
  

$$\text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(H-X, Z) =$$
  

$$= \text{Cov}(X + H - X, Z) = \text{Cov}(H, Z) \stackrel{*}{=} 0$$

\* קדוץ לסת' מתאם עם כן משתנה,  
 מנה ע  

$$\begin{cases} \text{Cov}(X, Z) = \text{Cov}(H-X, Z) \\ \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(H-X, Z) = 0 \end{cases}$$

מתקנים  $\text{Cov}(X, Z) = 0$   
 ניתן להקטין דיוציה לכה שאין מאת ערה או ילדה  
 ממוצעת של Z כבולקיה של X.

סוגיה 2

$$P(X=K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{1}{20}$$

(3)  $\frac{1}{20}$  .11

$$P(X=K=Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{400}$$

$\frac{1}{400}$  .12

$$P(X=Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

$\frac{1}{20}$  .13

ז'י'ק ש'כ'ז'ר ק'ה'ל'ס'ן י'ו'ת'ר ו'א'ז ה'ס'כ'ן ש'ב'ט'ל י'ש'ל'ם ד'ג'מ'ס  
ה'פ'ל'ט'י'ת ז'ב'ר ח'ס'כ'ו א'ז כ'ז'ר א'ח'ר ע'ה'ש'ל'ם ד'ג'מ'ס ה'פ'ל'ט'י'ת.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{19}{360}$$

$\frac{19}{360}$  .14

(ע'ב' ח'ל'ק'ה ל'מ'ק'ר'ים ש'ה'ל'ס'ן י'ו'ת'ר א'ז ל'א' י'ו'ת'ר)

ה'פ'א'ל'ט'י'ת  $X=K$  - ו'  $K=Z$  ת'ל'מ'י'ם א'ק ה'פ'א'ל'ט'י'ת .15

$$P(X=K, Y=Z) \stackrel{\text{תלמיים}}{=} P(X=K=Z) = \frac{1}{400} \neq \frac{1}{20} \cdot \frac{19}{360} = P(X=K) \cdot P(K=Z)$$

$$P(X=K, X=Z) \stackrel{\text{תלמיים}}{=} P(X=K=Z) = \frac{1}{400} = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} = P(X=K) \cdot P(X=Z)$$

3 דוגמה

16

אם  $X, Y$  ק"ת" ו- $E(X) = E(Y) = 0$  !  
 הפונקציה האחרת אינה נכונה.  

$$V(X \cdot Y) = E((X \cdot Y)^2) - (E(X \cdot Y))^2$$

$$= E(X^2 \cdot Y^2) - (E(X) \cdot E(Y))^2$$

$$= E(X^2) \cdot E(Y^2) - (0 \cdot 0)^2$$

$$= (E(X^2) - E^2(X)) \cdot (E(Y^2) - E^2(Y)) = V(X) \cdot V(Y)$$

\* ההתאמה בין 0.  
 אם  $X$  משתנה נמוך שווה ל-1  
 אם  $Y$  משתנה בינוני אז  $V(X) \cdot V(Y) = 0 \cdot V(Y) = 0$   
 זה קורה שהתאמה בין 0. (משתנה נמוך בלבד)  
 אם  $X = -Y$  אז  $V(X) = V(Y)$  ו- $V(X \cdot Y) = 0$   
 אם  $X = 1$  אז  $P(X=1) = P(X=-1) = 0.5$   
 אם  $X \cdot Y$  הוא משתנה קטן אז  $V(X \cdot Y) = 0$   
 זה מראה על כך שיש תלות בין  $X$  ו- $Y$  (הוא תלוי)

17

$$\frac{V(X \cdot Y \cdot Z)}{V(X \cdot Y \cdot Z)} = \frac{6^2 (6^4 + 3 \cdot 6^2 \cdot m^2 + 3m^4)}{E((X \cdot Y \cdot Z)^2) - E^2(X \cdot Y \cdot Z)}$$

$$= \frac{E(X^2) \cdot E(Y^2) \cdot E(Z^2) - m^6}{(6^2 + m^2)^3 - m^6} = \frac{(V(X) + E^2(X))^3 - m^6}{6^2 + 3 \cdot 6^4 \cdot m^2 + 3 \cdot 6^2 \cdot m^4 + m^6 - m^6}$$

תוחלת סכום תגז שורה לסכום התוחלות, התוחלת של כל משתנה היא כאן  $0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot (-1) = 0$   
 פחיתות  $(x > 0)$  ציפה כאן למאליץ  $(x = 1)$   
 וסך הפחיתות פאנלטיגות של כל המשתנים הפאחריס (כנות, סכן המשתנים הם קלטי תלויים וקלטי מתאמים,

$$V(x+y+z) = V(x) + V(y) + V(z) + 2 \cdot \text{cov}(x, y) + 2 \cdot \text{cov}(x, z) + 2 \cdot \text{cov}(y, z) = V(x) + V(y) + V(z) = 3(0.5 \cdot 1^2 + 0.5 \cdot (-1)^2 - 0^2) = 3$$

$$E(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z) = 0$$

$$V(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z) = 3$$

$$E(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z) = 3 \cdot E^2(x) = 3 \cdot 0 \cdot 0$$

\* המשתנים הם שלל המבטאת וקלטי תלויים.

$$V(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z) = E(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z)^2 - E^2(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z)$$

$$= E(x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z)^2 =$$

$$= E(x^2 \cdot y^2 + y^2 \cdot z^2 + x^2 \cdot z^2 + 2 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot z + 2 \cdot x^2 \cdot y \cdot z + 2 \cdot x \cdot y \cdot z^2)$$

$$\stackrel{\text{שולל התבטלות}}{=} 3 \cdot E(x^2 \cdot y^2) + 6 \cdot E(x^2 \cdot y \cdot z)$$

$$E(x^2 \cdot y \cdot z) \stackrel{\text{מתקיים: } 0 \cdot 0 \cdot 0}{=} E(1 \cdot y \cdot z) \stackrel{\text{ל' תלוי}}{=} E(y) \cdot E(z) = 0 \cdot 0 = 0$$

$$3 \cdot E(x^2 \cdot y^2) \stackrel{\text{ל' תלוי}}{=} 3 \cdot E(x^2) \cdot E(y^2) = 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3$$

שלל