

מבוא להסתברות/ פתרון תרגיל 9

שאלה 1

מיקום הכדור הירוק מתפלג $U(1,4)$. לכן מספר הכדורים כולל האחרון שיש להוציא מתפלג $U(1,4)$.
למשתנה $U(1,4)$ יש תוחלת $2.5 = \frac{1+4}{2}$.

שאלה 2

יהי X - מספר הכדורים שיש להוציא.

$$P(X=1) = \frac{2}{2+3}, \quad P(X=2) = \frac{3}{2+3} \cdot \frac{2}{2+3}, \quad P(X=3) = \frac{3}{2+3} \cdot \frac{2}{2+2} \cdot \frac{2}{2+1},$$
$$P(X=4) = \frac{3}{2+3} \cdot \frac{2}{2+2} \cdot \frac{1}{2+1}$$

ועבור כל ערכי x אחרים מתקיים $P(X=x) = 0$.

$$E(X) = P(X=1) \cdot 1 + P(X=2) \cdot 2 + P(X=3) \cdot 3 + P(X=4) \cdot 4 = \dots$$
 מתקיים

שאלה 3

כל אדם אחר יושב בין דן ויואב בסיכוי $\frac{1}{3}$ (משיקולי סימטריה, מבין כל שלושה אנשים, אדם מסוים הוא

המרקזי בסיכוי $\frac{1}{3}$). יהי X - מספר היושבים בין דן ויואב.

$$E(X) = \sum_{i=1}^8 E(X_i) = \frac{8}{3}, \quad \text{יש 8 אנשים שאינם דן או יואב לכן,}$$

שאלה 4

$$\underline{א.} \quad 0.5^4 \quad \underline{ב.} \quad B(100, 0.5^4)$$

$\underline{ג.} \quad 100 \cdot 0.5^4$ כתוחלת של משתנה בינומי או לפי הסבר אחר כסכום תוחלות של משתנים אינדיקטוריים.

שאלה 5

$\underline{א.} \quad q^x$ כי דרושים x כשלונות רצופים כאשר יש אי-תלות בין פעמים שונות.

$$\underline{ב.} \quad P(X > k+x | X > k) = \frac{P(X > k+x, X > k)}{P(X > k)} = \frac{P(X > k+x)}{P(X > k)} = \frac{q^{k+x}}{q^k} = P(X > x)$$

$\underline{ג.} \quad$ בהתפלגות $G(p)$ מתקיים $P(X=x) = pq^{x-1}$.

$$\underline{ד.} \quad P(X = k+x | X > k) = \frac{P(X = k+x, X > k)}{P(X > k)} = \frac{P(X = k+x)}{P(X > k)} = \frac{pq^{k+x-1}}{q^k} =$$

$$= pq^{x-1} = P(X=x)$$

שלומי