

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 5 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון (צד אחד של דף) של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (30 נקודות)

מבצעים 20 הטלות ב"ת של קובייה תקינה.

- א. מהי שונות מספר ההטלות שבהן התקבלו הפאות 5 או 6 ?
ב. מהי תוחלת מספר הפאות השונות שהתקבלו בדיוק פעם אחת ?
ג. מהי ההסתברות שהפאה 6 התקבלה בכל 20 ההטלות בהינתן שהיא התקבלה בלפחות 19 הטלות מתוך 20 ההטלות ?

שאלה 2 (30 נקודות)

$X \sim U[a, b]$ (אחיד בדיד).

- א. נניח ש $a = 500$, $b = 599$, מהי תוחלת סכום הספרות של X ?
ב. נניח ש $a = 500$, $b = 599$, מהי תוחלת מכפלת הספרות של X ?
ג. נניח ש $a = 550$, $b = 649$, מהי תוחלת מכפלת הספרות של X ?
-

שאלה 3 (20 נקודות)

יהיו סדרת משתנים ב"ת שווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim U(0,2.5)$ (אחיד רציף). עבור כל $1 \leq i < \infty$ נגדיר $Y_i = \lfloor X_i \rfloor$, זאת אומרת ש Y_i הוא החלק השלם של X_i . כך למשל אם $X_1 = 0.8$ אז $Y_1 = 0$ ואם $X_1 = 1.3$ אז $Y_1 = 1$.

א. מצאו את ההתפלגות של Y_1 .

ב.

מה תוכלו להסיק בעזרת החוק החלש לגבי $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} > 1\right)$?

שאלה 4 (10 נקודות)

מקיימים סדרת הטלות ב"ת של מטבע שנופל על "עץ" בסיכוי $\frac{1}{3}$ ועל "פלי" בסיכוי $\frac{2}{3}$. מהי תוחלת מספר ההטלות עד שמתקבל רצף של "עץ" ומיד אחריו "פלי" ?

שאלה 5 (20 נקודות)

א. האם ניתן ליצור משתנה מקרי של קוביה תקינה בעזרת 5 הטלות ב"ת של מטבע הוגן ?
ב. האם ניתן ליצור משתנה מקרי של קוביה תקינה בעזרת סדרת הטלות ב"ת של מטבע הוגן, כך שמספר ההטלות שבסדרה אינו קבוע מראש, אבל הוא בעל תוחלת של 5 ?
