

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
אנא, השאירו את העמוד הראשון של מחברת הבחינה ריק.
נמקו את תשובותיכם.

בהצלחה !

שאלה 1 (40 נקודות)

נתון כד שבו 4 כדורים כחולים ו 2 כדורים ירוקים. ילד מוציא ממנו כדורים בזה אחר זה.

- א. מהי ההסתברות ששני הכדורים הראשונים שיוצאו הם כחולים אם ידוע שההוצאות מבוצעות עם החזרה ?
- ב. מהי ההסתברות ששני הכדורים הראשונים שיוצאו הם כחולים אם ידוע שההוצאות מבוצעות בלי החזרה ?

בסעיפים ג' וד' נניח שבתחילה בוחרים בסיכוי שווה בין ילד שנוהג תמיד להוציא כדורים עם החזרה לבין ילד שנוהג תמיד להוציא כדורים בלי החזרה. רק הילד הנבחר מוציא את הכדורים.

- ג. מהי תוחלת מספר הכדורים הכחולים מבין שני הכדורים הראשונים שמוצאים ?
- ד. נניח שידוע ששני הכדורים הראשונים היו כחולים. מהי כעת ההסתברות שגם הכדור השלישי יהיה כחול ?

שאלה 2 (40 נקודות)

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים. X ו Y הם משתנים בינומיים ו Z הוא משתנה פואסוני.

$$Z \sim P(2), Y \sim B\left(3, \frac{1}{3}\right), X \sim B\left(2, \frac{1}{2}\right)$$

ידוע ש X ו Y הם זוג משתנים בלתי תלויים, אך לא ידוע אם Z בלתי תלוי בכל אחד משני המשתנים האחרים.

- א. מהי ההסתברות ש X יקבל ערך זוגי ? מהי ההסתברות ש Y יקבל ערך זוגי ?
- ב. מצאו $E(X + Y)$. האם נדרשתם להנחת האי תלות בין X ל Y ?
- ג. מהו $P(X > Y)$? האם נדרשתם להנחת האי תלות בין X ל Y ?
- ד. האם יתכן ש $Var(Z - X - Y) = 0$?

שאלה 3 (30 נקודות)

מבצעים 10 הטלות בלתי תלויות של קוביה תקינה.

יהי X - מספר הזוגות של הטלות סמוכות (עוקבות) שבהן סכום התוצאות הוא 11.
(שימו לב שהערך הכי גדול ש X יכול לקבל הוא 9).

א. מהו $P(X = 9)$?

ב. מהו $E(X)$?

ג. מהו $Var(X)$?
