

© כל הזכויות שמורות
 קובץ זה נכתב על-ידי שלומי.
 אין להעתיקו ואין להציגו מחוץ לאתר של שלומי.

פתרון מקוצר לבחינה מ 04/05/12

שאלה 1

א. $0.5 \cdot \frac{2}{4+2} \cdot \frac{2}{4+2} + 0.5 \cdot \frac{2}{2+2} \cdot \frac{2}{2+2}$

ב. $0.5 \left[\left(\frac{4}{4+2} \right)^2 \cdot \frac{2}{4+2} + \left(\frac{2}{4+2} \right)^2 \cdot \frac{4}{4+2} \right] + 0.5 \left[\left(\frac{2}{2+2} \right)^2 \cdot \frac{2}{2+2} + \left(\frac{2}{2+2} \right)^2 \cdot \frac{2}{2+2} \right]$

ג. A - בחרנו בכד הראשון, B - שני הכדורים הראשונים היו בצבעים שונים

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.5 \cdot 2 \cdot \frac{4}{4+2} \cdot \frac{2}{4+2}}{0.5 \cdot 2 \cdot \frac{4}{4+2} \cdot \frac{2}{4+2} + 0.5 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2+2} \cdot \frac{2}{2+2}}$$

ד. X - מיקום הכדור הירוק הראשון שנוציא

עבור $1 \leq k < \infty$: $P(X = k) = 0.5 \left(\frac{4}{4+2} \right)^{k-1} \cdot \frac{2}{4+2} + 0.5 \left(\frac{2}{2+2} \right)^{k-1} \cdot \frac{2}{2+2}$

(נבחר כד ועד אותו שלב מתקבלים רק כחולים ובאותו שלב מתקבל ירוק.)

ה. Y - מספר הכדורים הירוקים שנוציא, Z - מספר הכדורים הכחולים שנוציא
 בהכרח $Y + Z = 5$ ולכן $Z = 5 - Y$ ויש קשר לינארי יורד ולכן מקדם המתאם הוא -1.

שאלה 2

א. $\frac{6-1}{6} \cdot \frac{6-2}{6}$

ב. X - תוצאת הראשונה, Y - תוצאת השניה

$$P(X + Y = 6) = P(X = 2, Y = 4) + P(X = 4, Y = 2) + P(X = 5, Y = 1) =$$

$$\stackrel{\text{independent}}{=} P(X = 2)P(Y = 4) + P(X = 4)P(Y = 2) + P(X = 5)P(Y = 1) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6}$$

ג. בראשונה מתקבלת תוצאה 3 בסכוי $\frac{1}{6}$ ובשניה היא לא יכולה להתקבל.

התוחלת שווה לתוחלת של האינדיקטור שזה יקרה בראשונה. תוחלת זו היא $\frac{1}{6}$.

שאלה 3

א. הסתברות אפס
נניח בשלילה שזה קורה ביותר מרצף אחד: אז הספרה 6 מופיעה במקום השישי ברצף הראשון. מקום זה הוא חלק מהרצף האחר. אבל הוא אינו המקום השישי בו.

ב. רצף כזה יכול להתחיל במקומות ראשון, שני או שלישי. לגבי כל אחד ממקומות אלה יש הסתברות של $\left(\frac{1}{6}\right)^6$ שיתחיל בו רצף. מכיון שהמאורעות האלה הם זרים, אז הסתברות

$$\text{האיחוד שווה לסכום ההסתברויות } 3\left(\frac{1}{6}\right)^6.$$

ג. או שלא מתקבל אף רצף או שמתקבל רצף אחד. לכן התוחלת שווה להסתברות

$$\text{שיתקבל רצף אחד שהיא } 3\left(\frac{1}{6}\right)^6.$$

שלומי