

## בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.  
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.  
מותר להשתמש במחשב כיס.  
בבחינה יש 4 שאלות. ענו על כל השאלות.  
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.  
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר  $N$  נקודות יקבל ציון  $\min\{N, 100\}$ .  
אנא, השאירו את העמוד הראשון (צד אחד של דף) של מחברת הבחינה ריק.  
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

---

### שאלה 1 (30 נקודות)

יהיו  $X \sim U[1,3]$ ,  $Y \sim U[1,4]$  זוג משתנים מקריים ב"ת. יהי  $Z = X + Y$ .

- א. מצאו את התפלגות  $Z$ .
- ב. מצאו את  $Var(Z)$  ואת  $Var(2X + Y)$ .
- ג. מהו  $P(X = 1 | Z = 4)$ ? (הכוונה היא להסתברות מותנה).

---

### שאלה 2 (30 נקודות)

מזכירה צריכה לשלוח 4 מכתבים לאילה, 2 מכתבים לנעה ומכתב אחד לרונית. המזכירה כותבת את שמה של אילה על 4 מעטפות, את שמה של נעה על 2 מעטפות ואת שמה של רונית על מעטפה אחת. המזכירה מתרשלת ומכניסה לכל מעטפה מכתב אקראי אחד, כך שכל חלוקה של המכתבים יש אותה הסתברות.

- א. מהי ההסתברות שכל המכתבים יגיעו ליעדם הנכון?
  - ב. מהי ההסתברות שכל אחת מבין השלוש, אילה, נעה ורונית תקבל לפחות מכתב אחד שמיועד לה?
  - ג. מהי תוחלת מספר המכתבים שיגיעו ליעדם הנכון?
-

**שאלה 3** (20 נקודות)  
יהי  $X \sim Bin(100, 0.5)$

- א.** מצאו באמצעות אי שיוויון מרקוב חסם עליון ל  $P(X \geq 100)$ .  
מהו למעשה  $P(X \geq 100)$  ?
- ב.** מצאו  $E(X^2)$ .
- 

**שאלה 4** (30 נקודות)

מקיימים סדרה אין סופית של הטלות ב"ת של מטבע שנופל על "עץ" בסיכוי  $\frac{1}{3}$  ועל "פלי" בסיכוי  $\frac{2}{3}$ .

- א.** מהי תוחלת מספר הרצפים של שתי תוצאות "עץ" עוקבות ב 10 ההטלות הראשונות, בהינתן שבכל אחת מבין ההטלה הראשונה והעשירית קבלנו תוצאות "עץ" ?
- ב.** מהי תוחלת מספר ההטלות עד שקבלנו רצף של שתי תוצאות "עץ", בהינתן שב 10 ההטלות הראשונות קבלנו 9 תוצאות "עץ" ?
- ג.** הציגו את מספר ההטלות עד קבלת רצף ראשון של שתי תוצאות "עץ" כסכום של שני משתנים גיאומטריים.
-